TEORIA dei SEGNALI
Prova scritta del 23-10-98

Candidato .... Matr 09. .... No ....

(Cognome e Nome)

Esercizio n. 1

Sia X(t) un processo aleatorio Gaussiano ergodico con funzione di autocorrelazione $R_{XX}(t) = N_0 \exp(-a|t|)$. Calcolare e graficare lo spettro di densità di potenza del processo Y(t) all'uscita del sistema in figura; calcolare inoltre la funzione densita' di probabilita' congiunta delle v.a. $X = X(t_1)$ e $Y = Y(t_1 + T)$.

Esercizio n. 2

Siano assegnate le variabili aleatorie indipendenti X ed Y con densita' di probabilita':

$$f_X(x) = \frac{1}{A}\exp(-x/A)\,u_{-1}(x) \qquad \text{e} \qquad f_Y(y) = \frac{1}{B}\exp(-y/B)\,u_{-1}(y).$$

Calcolare la densita' di probabilita' congiunta delle v.a.:

$$Z = X + Y \quad \text{e} \quad W = Y/X.$$

Esercizio n. 3

Calcolare lo spettro di densità di potenza del segnale

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c(t - kT_0)$$

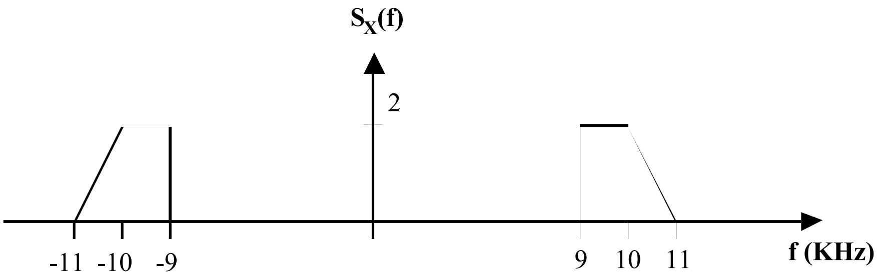
dove $c(t) = \left[1 + \cos(4\pi \frac{t}{T})\right] \mathrm{rect}_{\frac{T}{2}}(t)$ e $T_0 = 2T$.

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 11/12/98

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

Sia X(t) un processo aleatorio passa banda gaussiano ergodico il cui spettro di densità di potenza $S_X(f)$ è rappresentato in figura. Calcolare le funzioni di autocorrelazione e di mutua correlazione (ovvero $R_{XcXc}(\tau)$, $R_{XsXs}(\tau)$,$R_{XcXs}(\tau)$,$R_{XsXc}(\tau)$) dei processi analogici di bassa frequenza $X_C(t)$ ed $X_S(t)$ riferiti alla frequenza f_0=10KHz.



Esercizio 2

Sia assegnato il filtro con funzione di trasferimento

$$H(f) = T\operatorname{sinc}(\pi fT)\left[2\exp(j2\pi fT) + \exp(-j4\pi fT)\right]$$

Dopo aver calcolato e rappresentato la risposta impulsiva h(t), si calcoli e si rappresenti il segnale di uscita corrispondente all'ingresso

$$x(t) = \exp(-t/T)\ \mathrm{rect}_T(t - T/2)$$

Esercizio 3

Calcolare lo spettro di densità di potenza del processo ergodico

$$X(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{T}(t - kT - \Theta)\right)\cos(2\pi f_0 t + \Phi)$$

dove le variabili A_k, Θ e Φ sono tutte mutuamente scorrelate. Le variabili aleatorie A sono descritte dalla densità di probabilità

$$p_A(a) = \lambda e^{-\lambda a} u_{-1}(a)$$

Esercizio 4

Dimostrare la proprietà di ortogonalità delle funzioni "esponenziali complessi" e commentare **brevemente** le implicazioni di tale proprietà per ciò che riguarda lo sviluppo in serie di Fourier.

Esercizio 5

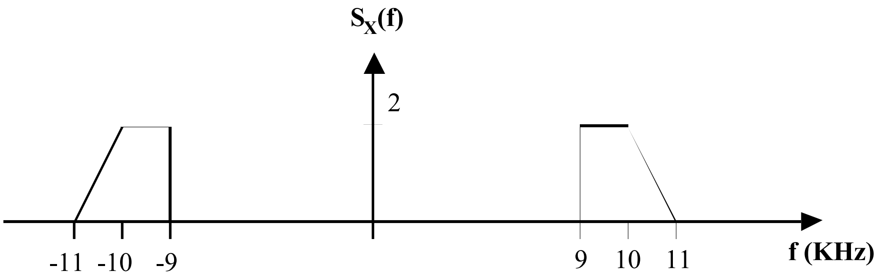
Dimostrare il teorema del campionamento (illustrando solo i passaggi essenziali) e discutere **succintamente** il significato e l'importanza di questo risultato nelle applicazioni pratiche.

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 11/1/99

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

Sia X(t) un processo aleatorio passa banda gaussiano ergodico il cui spettro di densità di potenza $S_X(f)$ è rappresentato in figura. Calcolare le funzioni di autocorrelazione e di mutua correlazione (ovvero $R_{XcXc}(\tau)$, $R_{XsXs}(\tau)$,$R_{XcXs}(\tau)$,$R_{XsXc}(\tau)$) dei processi analogici di bassa frequenza $X_C(t)$ ed $X_S(t)$ riferiti alla frequenza f_0=10KHz.



Esercizio 2

Sia assegnato il filtro con funzione di trasferimento

$$H(f) = T\,\mathrm{sinc}(\pi fT)\left[2\exp(j2\pi fT) + \exp(-j4\pi fT)\right]$$

Dopo aver calcolato e rappresentato la risposta impulsiva h(t), si calcoli e si rappresenti il segnale di uscita corrispondente all'ingresso

$$x(t) = \exp(-t/T)\ \mathrm{rect}_T(t - T/2)$$

Esercizio 3

Calcolare lo spettro di densità di potenza del processo ergodico

$$X(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k\,\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi}{T}(t - kT - \Theta)\right)\cos(2\pi f_0 t + \Phi)$$

dove le variabili A_k, Θ e Φ sono tutte mutuamente scorrelate. Le variabili aleatorie A sono descritte dalla densità di probabilità

$$p_A(a) = \lambda e^{-\lambda a} u_{-1}(a)$$

Esercizio 4

Dimostrare la proprietà di ortogonalità delle funzioni "esponenziali complessi" e commentare **brevemente** le implicazioni di tale proprietà per ciò che riguarda lo sviluppo in serie di Fourier.

Esercizio 5

Dimostrare il teorema del campionamento (illustrando solo i passaggi essenziali) e discutere **succintamente** il significato e l'importanza di questo risultato nelle applicazioni pratiche.

Esame di Teoria dei Segnali
Prova scritta del 21-01-99

Candidato .... Matr. …………………

Esercizio n. 1

Dato il filtro avente risposta impulsiva $h(t) = u_0(t + T/2) + A\, u_0(t - T/2)$, al cui ingresso è applicato il processo Gaussiano ergodico X(t) con spettro di densità di potenza $S_X(f) = 4\, u_0(f) + T/2\, e^{-T|f|}$, calcolare il valore di A in corrispondenza del quale il valore atteso del processo di uscita Y(t) è nullo.

Esercizio n. 2

Il segnale periodico $x(t) = 3 \cos(200\, \pi\, t) - 3 \sin(400\, \pi\, t)$ viene campionato usando la sequenza di campionamento $c(t) = \frac{1}{150} \sum_{k=-\infty}^{\infty} u_0(t - k/150)$. L'uscita del campionatore è inviata nel filtro passa-basso ideale con funzione di trasferimento $H(f) = rect_{250}(f)$. Graficare gli spettri di densità di ampiezza e di fase dell'uscita y(t) del filtro.

Esercizio n. 3

Data la variabile aleatoria bidimensionale (X, Y) la cui densità di probabilità è

$$p_{XY}(x, y) = 4\, e^{-2(x + y)}\, u_{-1}(x)\, u_{-1}(y),$$

calcolare la funzione caratteristica della variabile aleatoria $Z = X + Y$.

Esercizio n. 4

Spiegare **brevemente** in cosa consiste la proprietà di ergodicità di un processo aleatorio, definire e commentare l'enunciato del teorema di Wiener-Kintchine

---

Esercizio n. 5

Determinare la gerarchia del primo ordine del processo armonico, evidenziando in quali condizioni essa dipenda dal tempo.

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 18/02/99

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

Siano dati i segnali $x(t)=2\cos(2\pi f_0 t+\phi)$ e $y(t)= \sin(2\pi f_1 t+\theta)$ con f_0=2kHz e f_1=3kHz.
Il prodotto x(t)t y(t) viene campionato con intervallo di campionamento T=0.125 msec ed il filtro ricostruttore è un passabasso ideale nella banda ±4kHz. Sia z(t) il segnale all'uscita di tale filtro.
Si chiede di:

- graficare la trasformata di Fourier di z(t)
- calcolare la potenza di z(t)

Esercizio 2

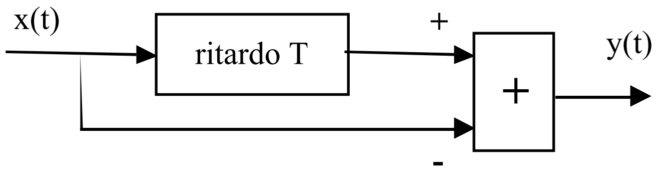
Sia dato il processo ergodico

$$x(t) = \sum_m a_m(t + T/2 - mT + q)\mathrm{rect}(t - mT + q)$$

dove i coefficienti a_m sono variabili aleatorie che assumono con uguale probabilità i valori +1 e +3 e sono tra loro indipendenti, oltre che indipendenti dalla variabile aleatoria θ.

Si chiede di:

- dato il sistema mostrato in figura, graficare una possibile realizzazione di x(t) e la corrispondente realizzazione dell'uscita y(t)
- calcolare lo spettro di densità di potenza di y(t).



Esercizio 3

Sia X_1, X_2, ... una sequenza di variabili aleatorie tra loro indipendenti, con uguale valore atteso m_X=1 e varianza $\sigma_X^2 = 2$. Siano date le variabili aleatorie $C=X_1+...+ X_{N+M}$ e $D=X_1+...+ X_N$ dove N e M sono due variabili aleatorie discrete, tra loro indipendenti e indipendenti dalle X_1, X_2, ...

N assume con uguale probabilità i valori da 1 a 3, mentre M assume con uguale probabilità i valori da 1 a 5. Calcolare il valore atteso E{CD}.

Esercizio 4

Spiegare brevemente **in cosa consiste il teorema del limite centrale.**

Esercizio 5

Calcolare la funzione di autocorrelazione dell'onda PAM stazionaria:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g\left(t - kT + \theta\right)$$

in cui il valor medio dei coefficienti a_k sia nullo

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 16/03/99

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1
Sia X(t) un processo aleatorio Gaussiano ergodico con funzione di autocorrelazione

$$R_{XX}(\tau) = 4\,exp\left[-2(\tau/T)^2\right]$$

Calcolare la funzione densità di probabilità condizionata $f(Y_2, Y_1; t_1, t_2)$ dove $Y_1 = Y(t_1)$ e $Y_2 = Y(t_2) = Y(t_1 + T)$ essendo Y(t) il processo aleatorio all'uscita del sistema descritto dalla relazione ingresso-uscita:

$$y(t) = x(t) + T\frac{d}{dt}x(t)$$

Esercizio 2
Siano assegnate le variabili aleatorie indipendenti X ed Y con densità di probabilità

$$f_X(x) = rect_1\left(x - \frac{3}{2}\right) \text{ e } f_Y(y) = rect_1\left(y - \frac{3}{2}\right)$$

Calcolare la densità di probabilità della variabile Z=1/(XY).

Esercizio 3
Assegnato il sistema di risposta impulsiva

$$h(t) = -2rect_T(t - 2T)$$

calcolare e rappresentare la funzione di autocorrelazione e calcolare lo spettro di densità di energia del segnale di uscita y(t) corrispondente al segnale di ingresso

$$x(t) = \sum_{k=1}^{4}(-1)^k \delta(t - kT)$$

Esercizio 4

Fornire la definizione di variabile aleatoria Gaussiana n-dimensionale, discutendone le principali proprietà.

Esercizio 5
Spiegare come si determina la funzione di densità di probabilità di una variabile aleatoria *Y*, ottenuta mediante una trasformazione y=f(x) a partire da una data variabile aleatoria X, con assegnata funzione di densità di probabilità.

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 6/7/99

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

Si consideri il sistema la cui risposta impulsiva è

$h(t)=\delta(t-t_0/2)-\delta(t+t_0/2)$

al cui ingresso è posto il segnale

$x(t)=A\,tri_T(t)$ con $T=t_0/4$

Calcolare e graficare lo spettro di densità di energia del segnale in uscita

---

Esercizio 2

Siano assegnati i due processi ergodici congiuntamente gaussiani X(t) e Y(t) con funzioni di auto e cross-correlazione:

$R_{XX}(t)=4\ \mathrm{sinc}(\pi B\tau)$; $R_{YY}(t)=2\ \mathrm{sinc}(2\pi B\tau)$; $R_{XY}(t)=4\ \mathrm{sinc}(\pi B\tau/2)$;

Calcolare e graficare lo spettro di densità di potenza del processo

$$Z(t)=[X(t)-Y(t)]^2$$

Esercizio 3

Assegnata una variabile aleatoria bidimensionale con funzione di densità di probabilità

$f_{XY}(x,y)=K\,(X^2+Y^2-XY)$

all'interno del dominio

$$\frac{1}{4}\le\sqrt{X^2+Y^2}\le 1;\quad -\frac{\pi}{3}\le \mathrm{arctg}(Y/X)\le\frac{\pi}{3}$$

calcolare i valori attesi e le varianze delle variabili marginali.

Esercizio 4

Definire l'impulso ideale ed illustrarne le proprietà

Esercizio 5

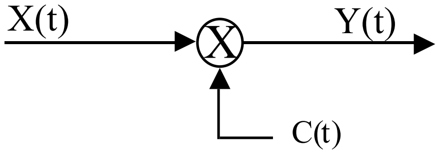
Dare la definizione di correlazione ed enunciarne e dimostrarne le proprietà

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 14/09/99

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

Nello schema di figura, X(t) è un processo aleatorio Gaussiano ergodico con spettro costante nella banda da –3 a +3 kHz e nullo altrove ed è inoltre: T=0.1 msec, τ=0.05 msec.



$$C(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[2rect_{\tau}(t - kT - \theta)\right] - 1$$

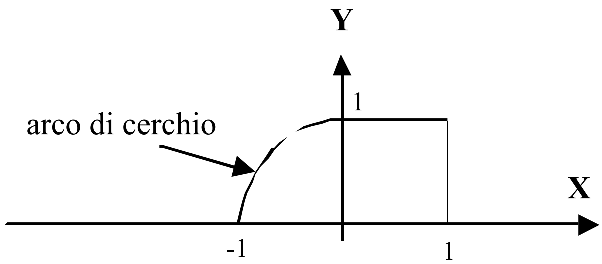
Calcolare e graficare lo spettro di densità di potenza e la gerarchia del primo ordine di Y(t) nei casi:

- θ variabile aleatoria indipendente da X(t) ed uniformemente distribuita in [O,T)
- θ identicamente nulla

Esercizio 2

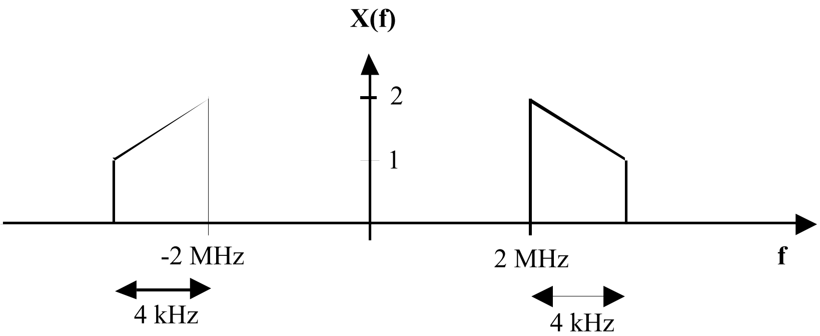
La variabile aleatoria bidimensionale (X,Y) presenta una densità di probabilità congiunta costante nel dominio in figura. Calcolare e graficare:

- la funzione densità di probabilità della variabile marginale X
- la funzione densità di probabilità della variabile marginale Y/X



Esercizio 3

Calcolare le componenti analogiche di bassa frequenza rispetto alla frequenza 2,002 MHz del segnale x(t) la cui trasformata di Fourier X(f) è mostrata in figura



Esercizio 4

Fornire la definizione di funzione caratteristica ed illustrarne le proprietà.

Esercizio 5

Fornire la definizione di segnali di energia e di potenza discutendo le relative proprietà, le trasformazioni che possono essere applicate a detti segnali e le relazioni tra un segnale di potenza certo ed un processo aleatorio.

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 18/01/00

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

Sia X(t) un processo aleatorio Gaussiano ergodico con spettro di densità di potenza costante (pari a 5 W/Hz) nella banda da –2kHz a +2kHz, e nullo altrove. Data la trasformazione:

$$y(t) = |x(t)|$$

calcolare la gerarchia del primo ordine $p_Y(y)$ o la gerarchia del secondo ordine $p_{Y1,Y2}(y1,y2;\tau)$ del processo Y(t), con τ=0.25 ms.

Esercizio 2

Il segnale x(t), il cui inviluppo complesso rispetto alla frequenza f_0 è dato dall'espressione:

$$\underline{x}(t) = (1+j)\mathrm{sinc}^2(2\pi Bt)$$

attraversa il filtro con risposta in frequenza

$$H(f) = \mathrm{rect}_{2B}(f - f_0 - B) + \mathrm{rect}_{2B}(f + f_0 + B)$$

Calcolare le componenti analogiche di bassa frequenza, rispetto alle stessa f_0, del segnale y(t) all'uscita dal filtro.

Esercizio 3

Data la coppia di variabili aleatorie X e Y descritte dalla densità di probabilità congiunta

$$p_{X,Y}(x,y)=0.5u_0(x)u_0(y)+0.25u_0(x-1)u_0(y-1)+0.125u_0(x)u_0(y-1)+0.125u_0(x-1)u_0(y)$$

verificare se le due variabili sono statisticamente indipendenti e calcolarne il coefficiente di correlazione

---

Esercizio 4

Dare la definizione di auto e mutua correlazione per una coppia di segnali determinati. Esprimere poi le relazioni che intercorrono tra le stesse grandezze riferite al segnale di ingresso e a quello d'uscita di un filtro**.**

Esercizio 5

Definire la variabile aleatoria esponenziale negativa ed illustrarne le proprietà.

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 14/02/00

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

Si consideri il segnale di energia $y(t) = 2[\mathrm{sinc}(\pi W t)]^2$, che viene prima campionato con frequenza di campionamento f_c=2W e poi filtrato dal filtro passa-banda con risposta impulsiva

$$h(t) = 2W\mathrm{sinc}(\pi W t)\cos(7\pi W t)$$

Si calcolino le componenti analogiche di bassa frequenza, rispetto alla frequenza f_o=7W/2 del segnale z(t) all'uscita del filtro.

Esercizio 2

Calcolare la potenza dell'onda PAM ergodica

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \mathrm{sinc}[\pi B(t - KT + \theta)], \text{ con } B = 1/T$$

in cui i simboli A_k sono variabili aleatorie statisticamente indipendenti tra loro e da θ ed assumono con eguale probabilità i valori (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3).

Esercizio 3

Sia assegnata la variabile aleatoria bidimensionale (X,Y) con funzione densità di probabilità congiunta:

$f_{XY}(x,y)=K$ per $(x-1)<y<-(x-1)$ e $0<x<1$
$f_{XY}(x,y)=K$ per $-(x+1)<y<(x+1)$ e $-1<x<0$
$f_{XY}(x,y)=0$ altrove

Dopo aver calcolato il valore di K, si determini la probabilità che la nuova variabile aleatoria $W=X^2+Y^2$ sia maggiore di 1/4.

Esercizio 4

Presentare brevemente l'approccio frequentistico e quello assiomatico della teoria della probabilità, mettendo in evidenza le relative differenze e proprietà.

Esercizio 5

Spiegare cosa si intende per Trasformata di Fourier (TdF) in senso limite e determinare la TdF di un generico segnale periodico.

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 14/02/00

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

Si consideri il segnale di energia $y(t) = 2[\mathrm{sinc}(\pi Wt)]^2$, che viene prima campionato con frequenza di campionamento f_c=2W e poi filtrato dal filtro passa-banda con risposta impulsiva

$$h(t) = 2W\mathrm{sinc}(\pi Wt)\cos(7\pi Wt)$$

Si calcolino le componenti analogiche di bassa frequenza, rispetto alla frequenza f_o=7W/2 del segnale z(t) all'uscita del filtro.

Esercizio 2

Calcolare la potenza dell'onda PAM ergodica

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \mathrm{sinc}[\pi B(t - KT + \theta)], \text{ con } B = 1/T$$

in cui i simboli A_k sono variabili aleatorie statisticamente indipendenti tra loro e da θ ed assumono con eguale probabilità i valori (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3).

Esercizio 3

Sia assegnata la variabile aleatoria bidimensionale (X,Y) con funzione densità di probabilità congiunta:

$f_{XY}(x,y)=K$	per	$(x-1)<y<-(x-1)$	e	$0<x<1$
$f_{XY}(x,y)=K$	per	$-(x+1)<y<(x+1)$	e	$-1<x<0$
$f_{XY}(x,y)=0$	altrove			

Dopo aver calcolato il valore di K, si determini la probabilità che la nuova variabile aleatoria $W=X^2+Y^2$ sia maggiore di 1/4.

Esercizio 4

Presentare brevemente l'approccio frequentistico e quello assiomatico della teoria della probabilità, mettendo in evidenza le relative differenze e proprietà.

Esercizio 5

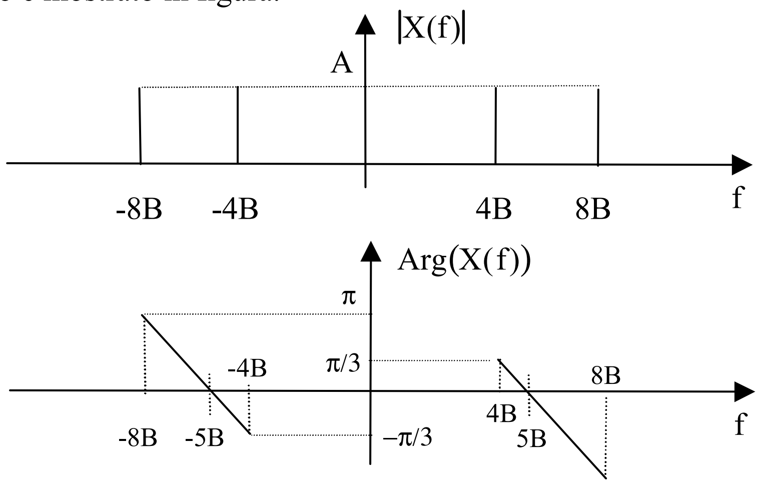
Spiegare cosa si intende per Trasformata di Fourier (TdF) in senso limite e determinare la TdF di un generico segnale periodico.

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 1/03/00

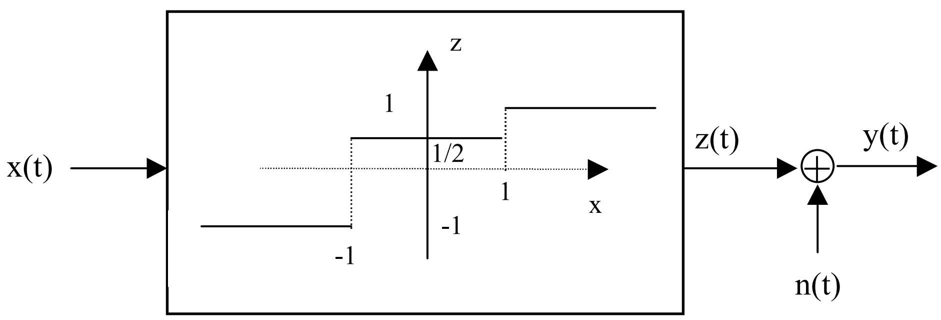
Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1
La variabile aleatoria bidimensionale (X,Y) presenta una densità di probabilità congiunta costante nel dominio individuato dalle disuguaglianze
$X<0$, $Y>0$, $X^2+Y^2<9$
Si chiede di
- calcolare e graficare la densità di probabilità della marginale X
- calcolare il coefficiente di correlazione tra le variabili marginali X e Y.

Esercizio 2
Calcolare l'energia e le componenti analogiche di bassa frequenza rispetto alla frequenza 5B del segnale x(t) il spettro è mostrato in figura.



Esercizio 3
Nel sistema di figura x(t) è una realizzazione di un processo armonico di ampiezza A e frequenza f_0; n(t) è una realizzazione di un processo gaussiano ergodico N(t) indipendente da X(t), con funzione di autocorrelazione 1+3exp (-| τ |).



Si calcoli la media e la densità di probabilità del processo di uscita Y(t), nei due casi A=1/2 e A=5.

Esercizio 4
Descrivere in cosa consiste il modello aleatorio di un'urna contenente N_B palline bianche e N_N nere e ricavare le probabilità assolute e condizionate nei due casi di estrazione con reimbussolamento e senza.

Esercizio 5
Spiegare che cosa è l'istogramma della densità di probabilità di una variabile aleatoria.

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 6/06/00

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1
Dato il segnale

$$x(t)=6\cos(10^7\pi t+\pi/3)+2[\mathrm{sinc}^2(10^6\pi t)]\cos(7\pi 10^6 t)$$

calcolare lo spettro dell'inviluppo complesso riferito alla frequenza $f_0=3\ 10^6$Hz e le relative componenti analogiche di bassa frequenza.

Esercizio 2
Assegnata una variabile aleatoria bidimensionale (X,Y) con densità di probabilità congiunta

$$f_{XY}(x,y)=K(1+xy)$$

definita nel dominio $0\leq x\leq 2$, $0\leq y\leq 4$, calcolare i valori attesi e le varianze delle variabili aleatorie marginali, nonché il loro coefficiente di correlazione. Verificare se le variabili marginali sono statisticamente indipendenti e/o incorrelate.

Esercizio 3
Assegnato il processo aleatorio gaussiano ergodico Y(t) con densità spettrale di potenza:

$$S_{YY}(f)=4/B\,\mathrm{tri}_B(f),\text{ con } B=10\text{KHz}$$

e considerati i due istanti di tempo t_1=1 ms e t_2=1.05 ms, si costruiscano le due variabili aleatorie:

$$X=Y(t_1)-2\ Y(t_2)$$

$$Z= Y(2t_2+ t_1)+2\ Y(t_1)$$

Calcolare la funzione densità di probabilità della variabile X condizionata al valore della variabile Z.

Esercizio 4
Dimostrare la proprietà di ortogonalità delle funzioni "esponenziali complessi" e commentare **brevemente** le implicazioni di tale proprietà per ciò che riguarda lo sviluppo in serie di Fourier.

Esercizio 5
Determinare la gerarchia del primo ordine del processo armonico, evidenziando in quali condizioni essa dipenda dal tempo.

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 5/07/00

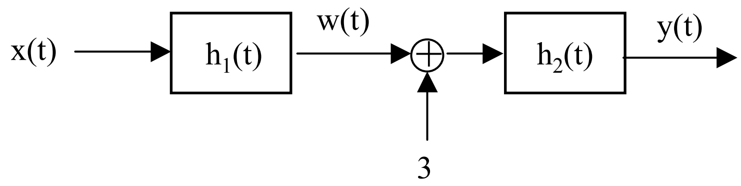
Candidato... Matr. ....

Esercizio 1
Con riferimento allo schema di Figura, sia x(t) il segnale

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\,\mathrm{rect}_{1/2}(t-k-1/4)$$

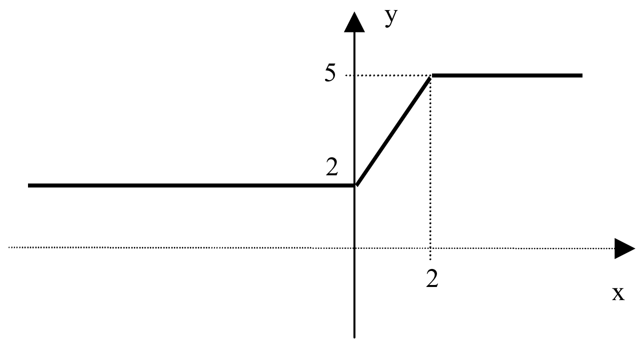
e $h_1(t)$ e $h_2(t)$ le risposte impulsive di due filtri così definite:

$$h_1(t) = u_{-1}(t) - u_{-1}(t-1) + \delta(t-2); \quad h_2(t) = 2\mathrm{sinc}(\pi t)\cos(6\pi t)$$



Si chiede di calcolare l'andamento di w(t) e y(t)

Esercizio 2
Assegnata una variabile aleatoria unidimensionale X con densità di probabilità uniforme in [-4,+5], sia Y la variabile aleatoria ottenuta da X mediante la trasformazione di Figura. Si chiede di:
- calcolare la funzione caratteristica di Y
- calcolare la varianza di Y
- Graficare la funzione di distribuzione $D_Y(y)$



Esercizio 3
Sia X(t) un processo aleatorio, reale, stazionario, ergodico e Gaussiano, bianco nella banda [-10Hz, 10 Hz], con potenza P_x=4 Watts. Il processo X(t) transita attraverso un filtro con funzione di trasferimento $H(f) = \sqrt{\mathrm{tri}_5(f)}$ e sia Y(t) l'uscita del filtro. Si chiede di calcolare il valor medio, la potenza e la funzione di covarianza di Y(t).

Esercizio 4
Fornire l'enunciato e la dimostrazione del teorema di Parseval per segnali periodici; esprimere lo sviluppo in serie di Fourier per tali segnali, evidenziando le proprietà di simmetria dei coefficienti dello sviluppo in serie per segnali reali, reali pari e reali dispari.

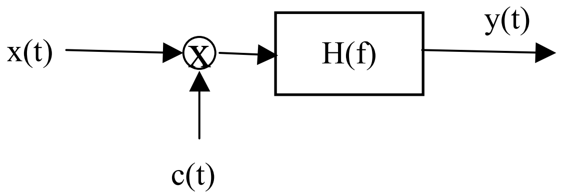
Esercizio 5
Spiegare cosa si intende per processo aleatorio ergodico in media e in covarianza e accennare alle condizioni che devono essere verificate affinché sussistano tali proprietà.

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 19/09/00

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

Il segnale $x(t) = \frac{1}{\tau}\sum_n (t - nT)\text{rect}_\tau(t - \tau/2 - nT)$ attraversa il sistema di figura dove $c(t) = T_c \sum_n u_0(t - nT_c)$ e $H(f)=\text{rect}_{2B}(f)$. Calcolare e graficare il segnale di uscita y(t) ed il suo spettro di densità di potenza essendo T=1 s, τ=0.5 s, T_c=2/3 s e B=0.8Hz.



Esercizio 2

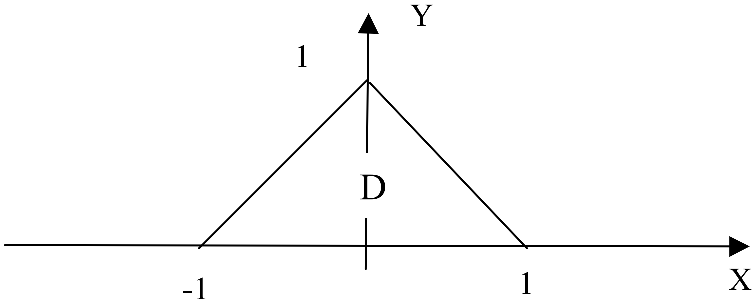
Assegnato il segnale di energia $x(t)=4\text{sinc}^2(\pi Bt)$, si consideri il campionamento di x(t) con frequenza F_c=1.5B ed il transito di questo segnale campionato nel filtro passa banda ideale con funzione di trasferimento

$$H(f)=\text{rect}_{2B}(f-6B)+ \text{rect}_{2B}(f+6B)$$

Detto y(t) il segnale all'uscita del filtro, calcolare le componenti analogiche di bassa frequenza di y(t) rispetto alla frequenza f_0=7B.

Esercizio 3

La variabile aleatoria bidimensionale (X,Y) presenta una densità di probabilità congiunta pari a p(x,y)=Ky nel dominio triangolare D, mostrato in figura, e zero altrove. Si chiede di calcolare e graficare la densità di probabilità della variabile marginale X e della variabile Y condizionata alla X.



Esercizio 4

Definire e commentare la legge debole e quella forte dei grandi numeri.

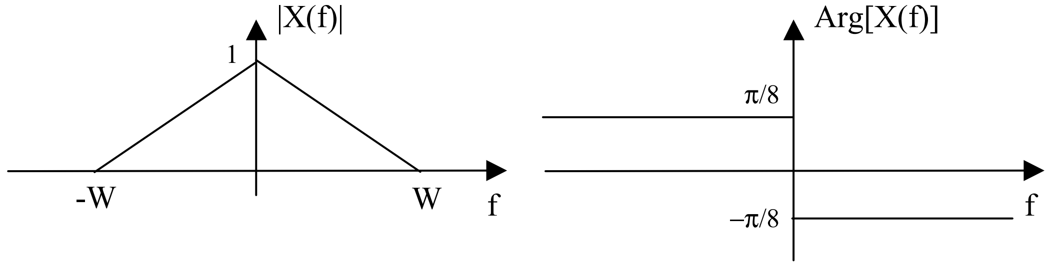
Esercizio 5

Fornire la definizione di segnali di energia e di potenza discutendo le relative proprietà, le trasformazioni che possono essere applicate a detti segnali e le relazioni tra un segnale di potenza certo ed un processo aleatorio.

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 12/12/00

Candidato...   Matr. ....

Esercizio 1
Il segnale x(t) presenta la trasformata di Fourier mostrata in figura. Calcolare la trasformata di Hilbert di x(t).



Esercizio 2
Siano X(t) e Y(t) due processi aleatori ergodici armonici tra loro indipendenti, con ampiezze A_x, A_y e frequenze f_x, f_y rispettivamente. Date le trasformazioni $w(t)=y(t)-x(t)$ e $z(t)=w^2(t)$, calcolare lo spettro di densità di potenza del processo Z(t).

Esercizio 3
La variabile aleatoria bidimensionale (X,Y) presenta una funzione densità di probabilità congiunta costante nel dominio piano di vertici (-2,-2), (+2,-2), (+2,+2), (-2,+2). Si chiede di calcolare e graficare la funzione densità di probabilità della variabile aleatoria W definita dalla trasformazione $W=|X+Y|$.

Esercizio 4
Definire il processo aleatorio denominato onda PAM stazionaria ed illustrarne le principali caratteristiche.

Esercizio 5
Definire l'operazione di convoluzione discreta ed illustrarne una possibile applicazione, con riferimento al teorema del campionamento.

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 10/1/01

Candidato.. Matr. ....

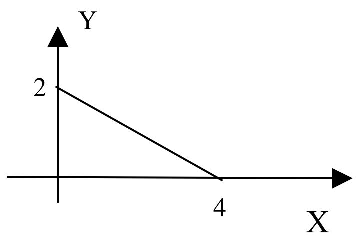
Esercizio 1
Il processo armonico ergodico X(t), con ampiezza A=3 e frequenza f_0=4kHz, attraversa la non-linearità $y=x^2(t)\, u_{-1}(x)$. Il processo di uscita attraversa il filtro $H(f)=\mathrm{rect}_1(f-11.75)+\mathrm{rect}_1(f+11.75)$. Sia W(t) il processo all'uscita di tale filtro. Calcolare e graficare lo spettro di densità di potenza di Y(t) e W(t).

Esercizio 2
Sia $\underline{x}(t) = (1 + j)\mathrm{sinc}^2(2\pi Wt)$ l'inviluppo complesso del segnale x(t) rispetto alla frequenza f_0, con f_0>>W. Il segnale x(t) attraversa il filtro con risposta in frequenza:

$$H(f)=\mathrm{rect}_{2W}(f-f_0-W)+\mathrm{rect}_{2W}(f+f_0+W)$$

Calcolare le componenti analogiche di bassa frequenza rispetto a f_0 del segnale y(t) in uscita dal filtro.

Esercizio 3
La variabile aleatoria bidimensionale (X,Y) presenta una funzione densità di probabilità costante all'interno del triangolo di figura. Calcolare il valore atteso della X condizionata alla Y e la densità di probabilità della marginale X.



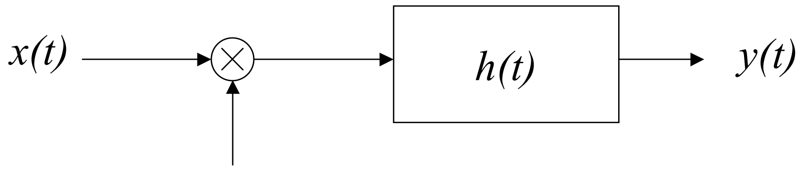
Esercizio 4
Definire l'impulso matematico ideale, illustrarne le proprietà e determinare la trasformata di Fourier del gradino unitario.

Esercizio 5
Descrivere un'operazione di campionamento attuata in modo non ideale, evidenziando le distorsioni che così si determinano e spiegando come queste ultime possono essere corrette.

Teoria dei Segnali – 1ª Prova di Esonero del 10/1/01

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1



$$c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(t - \frac{n}{4}\right) \qquad h(t) = 4\,\mathrm{sinc}(4\pi t)$$

Calcolare l'Energia del segnale *y(t)* in uscita al sistema quando l'ingresso *x(t)* è espresso dalla seguente relazione analitica:

$$x(t) = 2\left[4\,\mathrm{sinc}^2(2\pi t) - \mathrm{sinc}^2(\pi t)\right] \cdot \cos(18\pi t)$$

Esercizio 2

Sia

$\underline{x}(t) = (1 + j)\mathrm{sinc}^2(2\pi W t)$

l'inviluppo complesso del segnale *x(t)* rispetto alla frequenza f_0, con $f_0 >> W$.

Il segnale x(t) attraversa il filtro con risposta in frequenza:

$$H(f) = \mathrm{rect}_{2W}(f - f_0 - W) + \mathrm{rect}_{2W}(f + f_0 + W)$$

Calcolare le componenti analogiche di bassa frequenza rispetto a f_0 del segnale *y(t)* in uscita dal filtro.

Esercizio 3

Definire l'impulso matematico ideale, illustrarne le proprietà e determinare la trasformata di Fourier del gradino unitario.

Esercizio 4

Descrivere un'operazione di campionamento attuata in modo non ideale, evidenziando le distorsioni che così si determinano e spiegando come queste ultime possono essere corrette.

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 10/04/01

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1
Dato il segnale

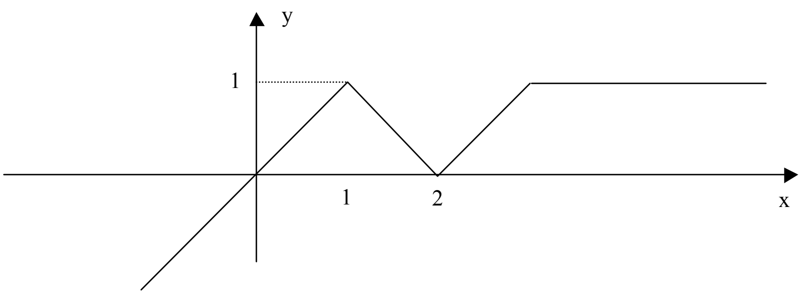
$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\frac{4}{T}(t-kT))\right] \mathrm{rect}_{T/2}(t-kT-T/4)$$

si calcoli la sua funzione di autocorrelazione.

Esercizio 2
Sia assegnata una variabile aleatoria bidimensionale (X,Y) con densità di probabilità congiunta $f_{XY}(x,y)$ costante all'interno del dominio piano definito da $\{0 \le x \le 4;\ 0 \le y \le x\}$.
Calcolare e graficare la funzione densità di probabilità condizionata $f_{X/Y}(x/y)$.

Esercizio 3
Indicata con $x(t) = 2\cos(10\pi t + \varphi)$ una generica realizzazione di un processo armonico X(t), in cui ϕ è una variabile aleatoria uniformemente distribuita in $[0,2\pi)$, si ipotizzi che x(t) transiti attraverso il dispositivo non lineare definito dalla legge $y(t)=[3+x(t)]^2$.
Detta y(t) la generica realizzazione del processo Y(t) all'uscita di tale dispositivo, si calcoli la funzione di autocorrelazione e lo spettro di densità di potenza del processo Y(t).

Esercizio 4
Spiegare la procedura mediante la quale si può determinare la funzione di densità di probabilità di una variabile aleatoria Y, ottenuta mediante una trasformazione y=f(x) a partire da una data variabile aleatoria X, con assegnata funzione di densità di probabilità.
Data la trasformazione in figura, discutere qualitativamente l'andamento della $p_Y(y)$.



Secondo esonero di Teoria dei Segnali – 10/04/01

Candidato...   Matr. ....

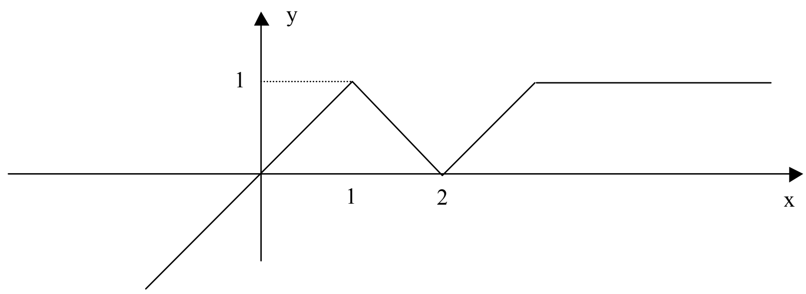
Esercizio 1

Indicata con $x(t) = 2\cos(10\pi t + \varphi)$ una generica realizzazione di un processo armonico X(t), in cui ϕ è una variabile aleatoria uniformemente distribuita in $[0,2\pi)$, si ipotizzi che x(t) transiti attraverso il dispositivo non lineare definito dalla legge $y(t)=[3+x(t)]^2$.

Detta y(t) la generica realizzazione del processo Y(t) all'uscita di tale dispositivo, si calcoli la funzione di autocorrelazione e lo spettro di densità di potenza del processo Y(t).

Esercizio 2

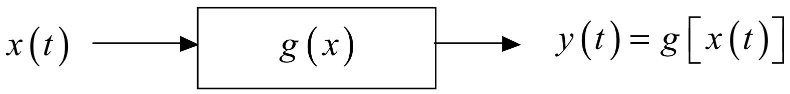
Spiegare la procedura mediante la quale si può determinare la funzione di densità di probabilità di una variabile aleatoria Y, ottenuta mediante una trasformazione y=f(x) a partire da una data variabile aleatoria X, con assegnata funzione di densità di probabilità.
Data la trasformazione in figura, discutere qualitativamente l'andamento della $p_Y(y)$.



Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 25/03/02

Candidato... Matr. ....

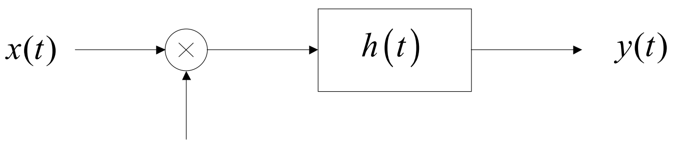
Esercizio 1.



L'ingresso x(t) al dispositivo in figura è descritto dalla seguente espressione analitica.

$x(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(t-nT)$ dove $g(t)=\sqrt{|t|}\cdot segno(t)\cdot rect_T(t)$. Si calcoli la Potenza del segnale di uscita $y(t)$ e come tale potenza si distribuisce in frequenza quando $g(x)=x^2\left[1-rect_2(x)\right]$.

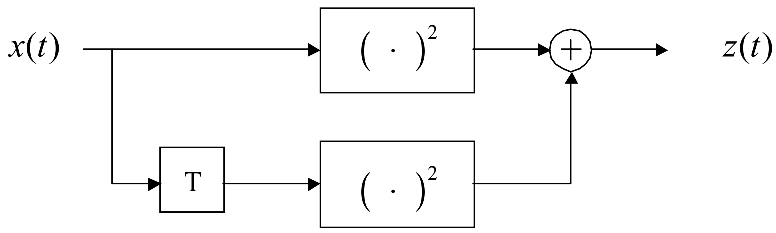
Esercizio 2



$$c(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-3n) \qquad H(f)=3sinc^2(3\pi f)$$

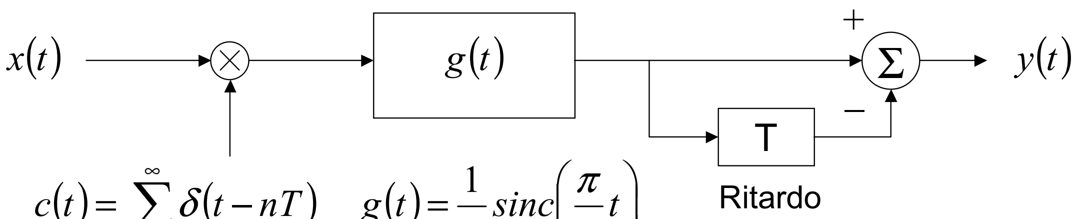
Dato il segnale periodico $x(t)=2\sum_{n=-\infty}^{+\infty} tri_2(t-4n)$ che transita nel sistema in figura, si calcoli e **disegni** l'andamento del segnale $y(t)$ in uscita e la potenza della sua armonica fondamentale.

Esercizio 3



Dato un processo gaussiano ergodico con spettro di densità di potenza $S_{xx}(f)=Trect_{1/2T}(f)$, calcolare la probabilità che il processo di uscita $z(t)$ assuma valori superiori ad una soglia $z_0=1$.

Esercizio 4



$$c(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT) \qquad g(t)=\frac{1}{T}sinc\left(\frac{\pi}{T}t\right)$$

Dato un processo Gaussiano ergodico $x(t)$ con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau)=tri_{2T}(\tau)$, calcolare la potenza del processo $y(t)$ in uscita al sistema in figura.

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 26/9/01

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1
Si consideri il segnale

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m \operatorname{rect}_T(t - mT + T/4)$$

ed il sistema lineare e stazionario con risposta impulsiva

$$h(t) = \frac{16}{T}\operatorname{sinc}\left(4\pi\frac{t}{T} - 2\pi\right) + \frac{4}{T}\operatorname{sinc}^2\left(2\pi\frac{t}{T} - \pi\right)$$

Calcolare e rappresentare in modulo e fase lo spettro del segnale y(t) all'uscita del sistema

---

Esercizio 2
Sia data la variabile bidimensionale (X,Y) avente densità di probabilità congiunta
$p_{X,Y}(x,y)=ke^{-ax}u_{-1}(x)\operatorname{rect}_2(y)$, con $a>0$.
Calcolare il valore di *a* e *k* e la funzione di distribuzione della variabile aleatoria Z=2Y-X.

Esercizio 3
Sia x(t) un processo armonico ergodico di ampiezza A e frequenza f_0 e c(t) un treno periodico, di periodo T, di rettangoli di durata T/4 ed ampiezza unitaria. Sia inoltre y(t)=c(t) x(t).
Si chiede di:
- discutere la stazionarietà di y(t) e graficarne una realizzazione;
- calcolare e graficare lo spettro di densità di potenza di una realizzazione di y(t), nel caso f_0=5 MHz e T=0.5 ms.

Esercizio 4
Calcolare la densità di probabilità di una combinazione lineare di *n* variabili aleatorie unidimensionali, in funzione delle densità di probabilità di queste ultime.

Esercizio 5

Fornire la definizione di variabile aleatoria Gaussiana n-dimensionale, discutendone le principali proprietà. Nel caso di n=2 discutere anche le proprietà della relativa struttura geometrica (ellissi di concentrazione).

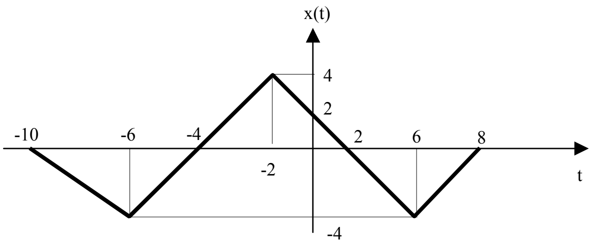
Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali

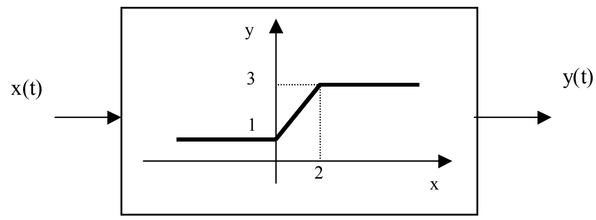
Orvieto - Prova Scritta del 20/12/01

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

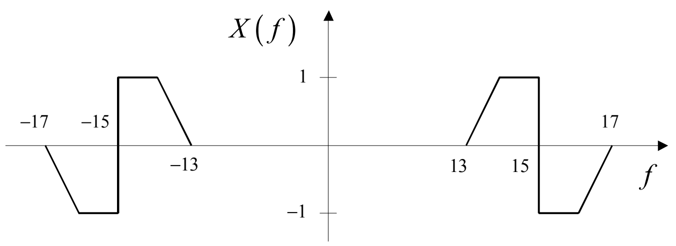
Dato il segnale x(t) in figura, transitante attraverso il dispositivo istantaneo y=g(x) anch'esso rappresentato in figura, calcolare lo spettro del segnale di uscita (trasformata di Fourier di y(t))

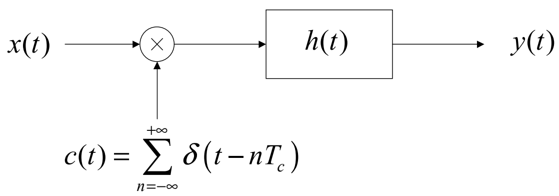




Esercizio 2

Dato il segnale x(t) il cui spettro X(f) è rappresentato in figura, si calcoli l'energia del segnale y(t) transitante attraverso il dispositivo rappresentato in figura dove la risposta impulsiva h(t) del filtro è espressa da $h(t) = 4\,\mathrm{sinc}^2(2\pi t) - \mathrm{sinc}^2(\pi t)$, e $T_c = 1/13$ sec





Domanda

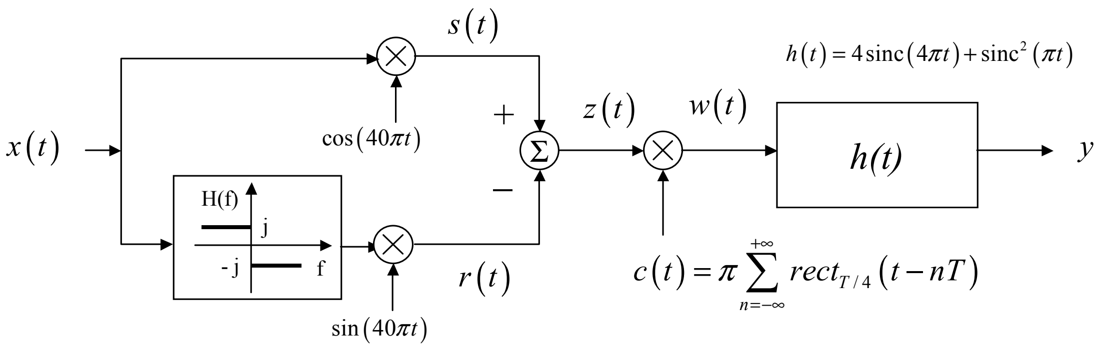
Il candidato fornisca la definizione di Spettro di Densità di Potenza di un segnale determinato. Successivamente il candidato si soffermi sulle caratteristiche dello Spettro di Densità di Potenza dei segnali Periodici e ne ricavi (dimostrazione) e commenti l'espressione generale (si raccomanda al candidato di accompagnare lo svolgimento dell'esercizio con un'adeguata rappresentazione grafica).

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 09/01/02

Candidato... Matr. ....

Esercizio 1

Assegnato il sistema disegnato in figura

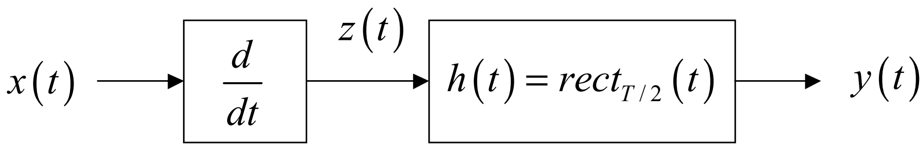


calcolare e disegnare lo Spettro di Densità di Energia del segnale y(t) in uscita al sistema quando l'ingresso è $x(t) = 8\,\mathrm{sinc}^2(4\pi t)$ e T=1/7 sec

---

Esercizio 2

Assegnato il sistema disegnato in figura

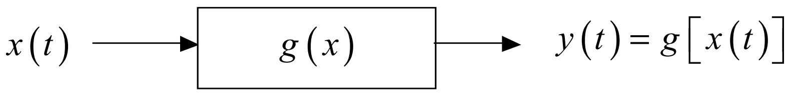


Calcolare e disegnare la Funzione di Autocorrelazione del segnale di uscita $y(t)$ quando l'ingresso è $x(t) = rect_T(t)$

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 25/03/02

Candidato... Matr. ....

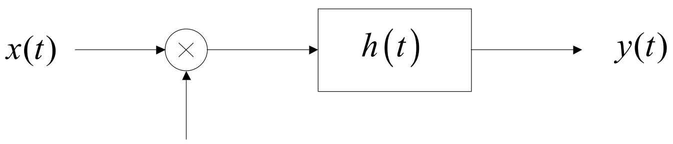
Esercizio 1.



L'ingresso x(t) al dispositivo in figura è descritto dalla seguente espressione analitica.

$x(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(t-nT)$ dove $g(t)=\sqrt{|t|}\cdot segno(t)\cdot rect_T(t)$. Si calcoli la Potenza del segnale di uscita $y(t)$ e come tale potenza si distribuisce in frequenza quando $g(x)=x^2\left[1-rect_2(x)\right]$.

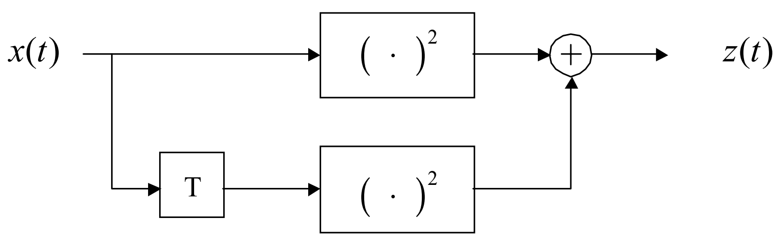
Esercizio 2



$$c(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-3n) \qquad H(f)=3sinc^2(3\pi f)$$

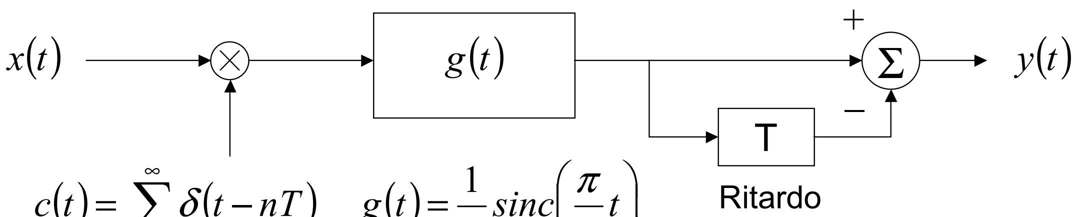
Dato il segnale periodico $x(t)=2\sum_{n=-\infty}^{+\infty} tri_2(t-4n)$ che transita nel sistema in figura, si calcoli e **disegni** l'andamento del segnale $y(t)$ in uscita e la potenza della sua armonica fondamentale.

Esercizio 3



Dato un processo gaussiano ergodico con spettro di densità di potenza $S_{xx}(f)=Trect_{1/2T}(f)$, calcolare la probabilità che il processo di uscita $z(t)$ assuma valori superiori ad una soglia $z_0=1$.

Esercizio 4



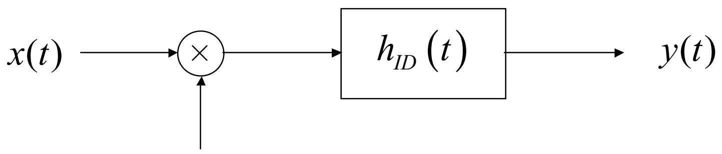
$$c(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT) \qquad g(t)=\frac{1}{T}sinc\left(\frac{\pi}{T}t\right)$$

Dato un processo Gaussiano ergodico $x(t)$ con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau)=tri_{2T}(\tau)$, calcolare la potenza del processo $y(t)$ in uscita al sistema in figura.

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali – 27/06/02

Candidato.. Matr. ....

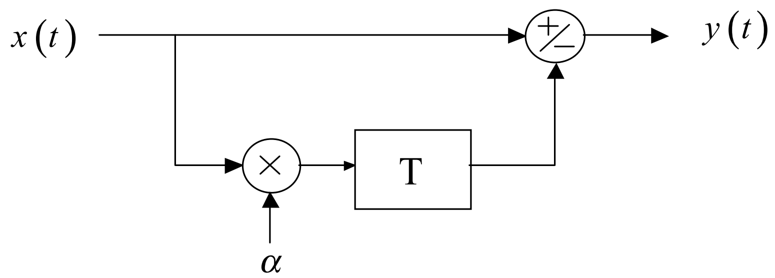
Esercizio 1



$$c(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta\left(t-nT_c\right) \qquad T_c=\frac{1}{3}$$

Dato il segnale $x(t)=4\operatorname{sinc}(6\pi t)-3\operatorname{sinc}^2(3\pi t)+\frac{1}{3}\operatorname{sinc}^2(\pi t)$ che transita nel sistema in figura, si calcoli la larghezza di banda B del filtro passa basso ideale $h_{ID}(t)$ tale che l'Energia E_y del segnale di uscita sia pari a $34/3$.

Esercizio 2 .



Dato il sistema in figura calcolare:

a) Modulo e Fase della funzione di trasferimento. Si rappresenti graficamente il modulo.
b) Dato un generico segnale reale di energia $x(t)$ in ingresso al sistema si calcoli il valore di $\alpha=\alpha_{\min}$ che minimizza l'energia dell'uscita $y(t)$. Si discuta criticamente la soluzione ottenuta ed il possibile intervallo di valori che può assumere il parametro $\alpha_{\min}$ che minimizza la potenza dell'uscita.

Domanda

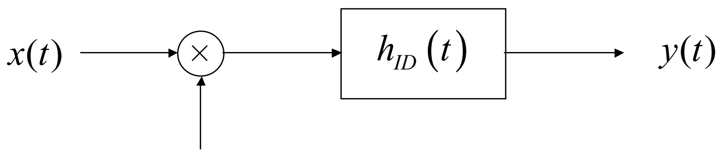
Si enunci e si dimostri il Teorema del Campionamento per segnali di Energia a banda limitata.

Si spieghi inoltre quali sono le problematiche quando il segnale è a banda non limitata e le relative contromisure per minimizzare gli errori di ricostruzione.

Esame di Teoria dei Segnali – 27/06/02

Candidato.. Matr. ....

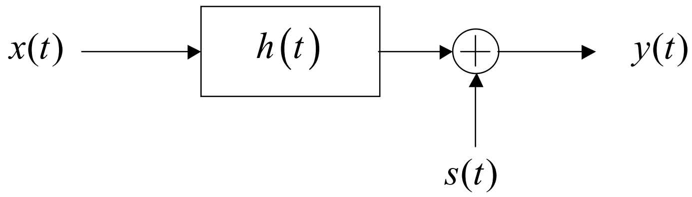
Esercizio 1



$c(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta\left(t-nT_c\right)$ $\qquad T_c=\frac{1}{3}$

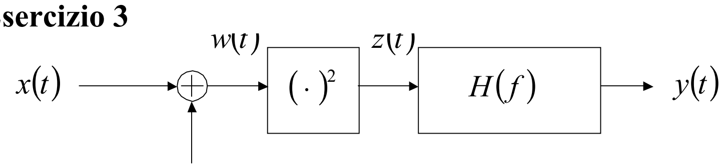
Dato il segnale $x(t)=4\operatorname{sinc}(6\pi t)-3\operatorname{sinc}^2(3\pi t)+\frac{1}{3}\operatorname{sinc}^2(\pi t)$ che transita nel sistema in figura, si calcoli la larghezza di banda B del filtro passa basso ideale $h_{ID}(t)$ tale che l'Energia E_y del segnale di uscita sia pari a $34/3$.

Esercizio 2



Nel sistema in figura $h(t)=20\operatorname{sinc}(20\pi t)$, $x(t)$ è un processo Gaussiano Bianco con spettro di densità di potenza $S_{xx}(f)=2$ W/Hz ed $s(t)$ è un processo aleatorio caratterizzato da una densità di probabilità congiunta $f_{s_1s_2}(s_1,s_2;t_1,t_2)=Ke^{-\alpha(t_1,t_2)s_1s_2}rect_2(s_1-2)u_{-1}(s_2)$ dove $\alpha(t_1,t_2)=1/\operatorname{sinc}^2\left[3\pi(t_2-t_1)\right]$, $s_1=s(t_1)$, $s_2=s(t_2)$. Sapendo inoltre che $x(t)$ ed $s(t)$ sono tra loro indipendenti, si calcoli lo spettro di densità di potenza del processo di uscita $y(t)$.

Esercizio 3



$c(t)=2\cos(20\pi t+\phi)$ $\qquad H(f)=H_o(f-10)+H_o(f+10)$

Dato il sistema in figura dove $x(t)$ è un processo Gaussiano Ergodico con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau)=4\operatorname{sinc}(4\pi\tau)$ e ϕ è una v.aleatoria indipendente da x(t) ed uniformemente distribuita in $[-\pi,\pi]$, $H_0(f)=\sqrt{2tri_2(f)}$, si calcoli la correlazione incrociata delle C.A: di B.F. $y_c(t)$ e $y_s(t)$ del processo di uscita $y(t)$, rispetto alla frequenza $f_1=9$ Hz.

Domanda 4

Si enunci e si dimostri il Teorema del Campionamento per segnali di Energia a banda limitata.
Si spieghi inoltre quali sono le problematiche che si presentano quando il segnale è a banda non limitata e le relative contromisure per minimizzare gli errori di ricostruzione.

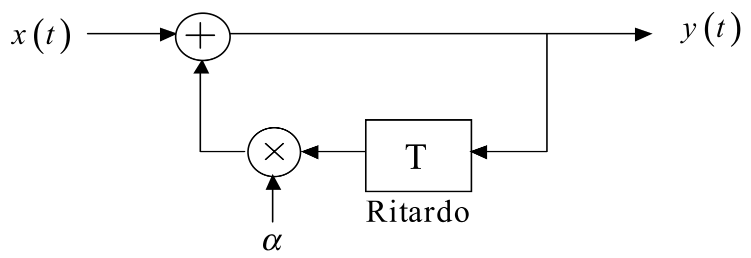
Domanda 5

Si descriva cosa è un'onda P.A.M. e se ne rappresenti una possibile realizzazione. Si dimostri inoltre qual è l'espressione analitica dello spettro di densità di potenza.

Esame di Teoria dei Segnali – 10/07/02

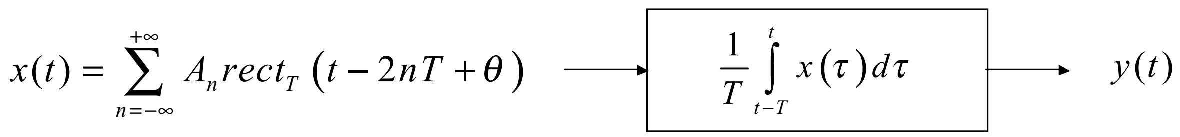
Candidato... Matr. ....

Esercizio 1



Dato il segnale $x(t) = \cos(2\pi t/T) + \sin(\pi t/T)$ che transita nel sistema in figura, si calcoli la potenza dell'uscita $y(t)$ quando $\alpha = 1/2$.

Esercizio 2

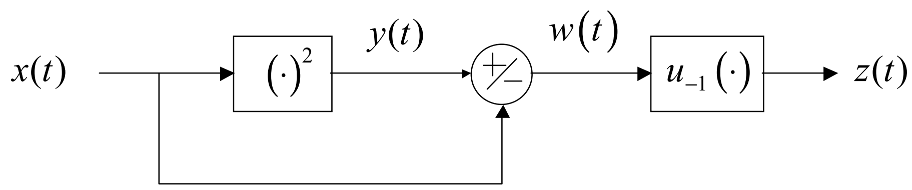


Nel il sistema in figura le variabili aleatorie A_n sono tra loro indipendenti, uniformemente distribuite in $[0,1]$ ed indipendenti dalla variabile aleatoria θ uniformemente distribuita in $[0,T]$.

a) Si rappresenti una possibile realizzazione del processo di uscita $y(t)$.

b) Si calcoli e rappresenti graficamente lo spettro di densità di potenza di $y(t)$.

Esercizio 3 .



Dato il sistema in figura calcolare la gerarchia del primo ordine (d.d.probabilità) del processo $z(t)$, sapendo che la densità di probabilità del processo in ingresso x(t) è pari a $f_X(x;t) = ke^{-\alpha|x|}$.

Domanda 4

Si definisca lo sviluppo in serie d Fourier di un segnale periodico, se ne illustrino l'utilità e la relazione con il concetto di Spettro, Spettro di Densità di Potenza e larghezza di Banda di un segnale. Si spieghi inoltre brevemente quale tipo di analogie/dualità sono evidenziabili con il teorema del campionamento di segnali che ammettano Trasformata di Fourier.

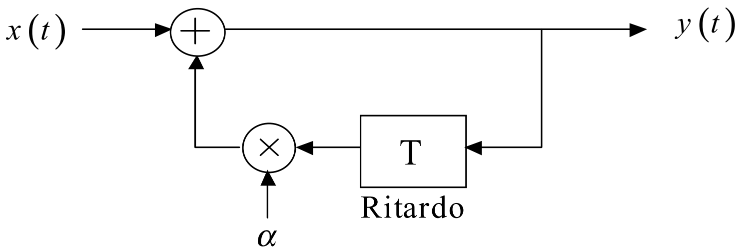
Domanda 5

Si dia la definizione di stazionarietà in senso stretto ed in senso lato di un processo. Si evidenzino e si dimostrino le relazioni esistenti tra i due tipi di stazionarietà. Se ne discuta il significato per processi di energia e di potenza.

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali – 10/07/02

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1



Dato il segnale $x(t) = \cos(2\pi t / T) + \sin(\pi t / T)$ che transita nel sistema in figura, si calcoli la potenza dell'uscita $y(t)$ quando $\alpha = 1/2$.

Esercizio 2

$c(t) = T_c \sum_{n=-\infty}^{+\infty} tri_{1/8}(t - nT_c)$ $\qquad H(f) = H_o(f-4) + H_o(f+4)$

Dato il sistema in figura dove $x(t) = 4sinc^2(2\pi t) - sinc^2(\pi t)$ ed $H_0(f) = rect_4(f)$, $T_c = 1/4$, calcolare l'espressione analitica del segnale $y(t)$.

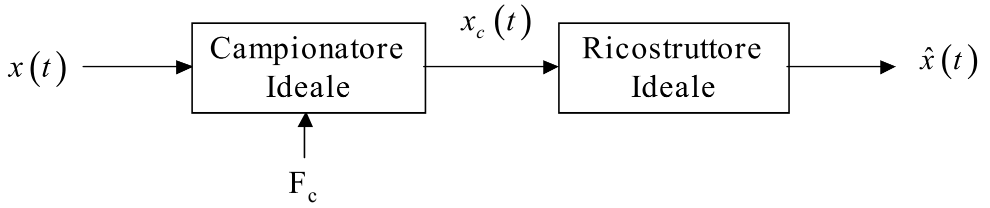
Domanda 3

Si definisca lo sviluppo in serie d Fourier di un segnale periodico, se ne illustrino l'utilità e la relazione con il concetto di Spettro, Spettro di Densità di Potenza e larghezza di Banda di un segnale. Si spieghi inoltre brevemente quale tipo di analogie/dualità sono evidenziabili con il teorema del campionamento di segnali che ammettano Trasformata di Fourier.

Esame di Teoria dei Segnali – 12/09/02

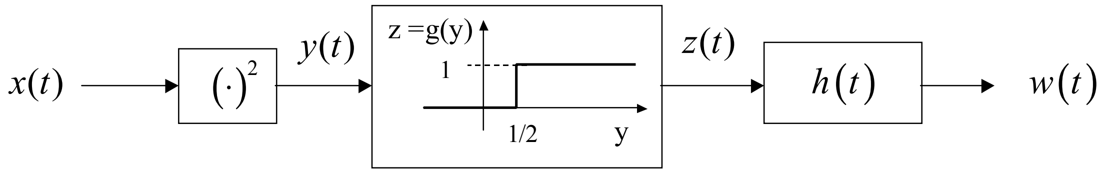
Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1



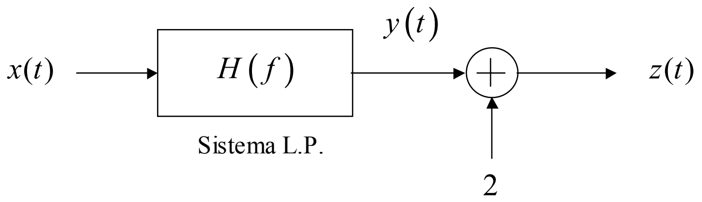
Dato lo schema in figura con $x(t)=16\cos(4\pi t)\,\mathrm{sinc}^2(2\pi t)$, si esplicitino le singole parti di ciascun blocco, e si determini la frequenza di campionamento F_c MINIMA che garantisce un'energia dell'errore di ricostruzione $e(t)=\hat{x}(t)-x(t)$ inferiore al 10% dell'energia del segnale $x(t)$.

Esercizio 2



Dato il sistema in figura dove $x(t)=\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$ ed $h(t)=\frac{1}{2}\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi}{4}t\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ si determini l'espressione analitica e la potenza del segnale di uscita $w(t)$.

Esercizio 3 .



Suggerimento:
K non è un valore qualunque !!

Dato il sistema in figura dove $x(t)$ è un processo aleatorio caratterizzato da una gerarchia del 2° ordine $f_{x_1x_2}(x_1,x_2;t_1,t_2)=Ke^{-\alpha(t_1,t_2)x_1x_2}rect_2(x_1-2)u_{-1}(x_2)$ con $\alpha(t_1,t_2)=e^{3|t_2-t_1|}$, $x_1=x(t_1)$, $x_2=x(t_2)$ ed $H(f)=\sqrt{1-\cos(2\pi Tf)}$, si determini e disegni la autocorrelazione del p.a. $z(t)$.

Domanda 1

Si definisca lo Spettro di Densità di Potenza $S_y(f)$ di un generico segnale determinato $y(t)$.

- Se ne particolarizzi l'espressione per segnali periodici.
- Si discuta la veridicità della seguente affermazione:

Se $y(t)=x_1(t)+x_2(t) \quad \Rightarrow \quad S_y(f)=S_{x_1}(f)+S_{x_2}(f)$

Domanda 2

Si definisca quando un processo $x(t)$ è detto armonico e:

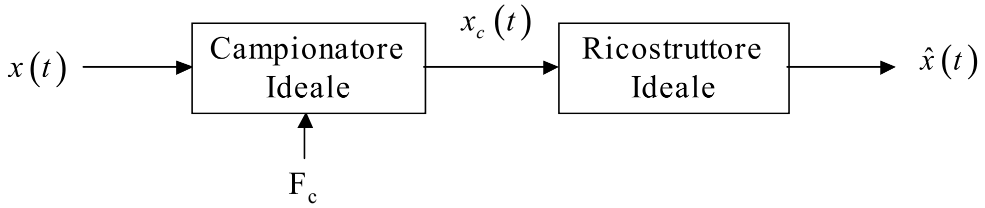
a) Si ricavi l'espressione analitica della densità di probabilità della sia ampiezza.

b) Discutere dell'ergodicità in correlazione del processo.

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali – 12/09/02

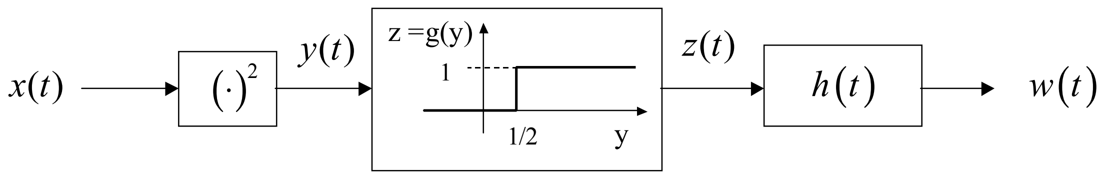
Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1



Dato lo schema in figura con $x(t) = 16\cos(4\pi t)\,\mathrm{sinc}^2(2\pi t)$, si esplicitino le singole parti di ciascun blocco, e si determini la frequennza di campionamento F_c MINIMA che garantisce un'energia dell'errore di ricostruzione $e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ inferiore al 10% dell'energia del segnale $x(t)$.

Esercizio 2



Dato il sistema in figura dove $x(t) = \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$ ed $h(t) = \frac{1}{2}\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi}{4}t\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ si determini l'espressione analitica e la potenza del segnale di uscita $w(t)$.

Domanda 1

Si definisca lo Spettro di Densità di Potenza $S_y(f)$ di un generico segnale determinato $y(t)$.

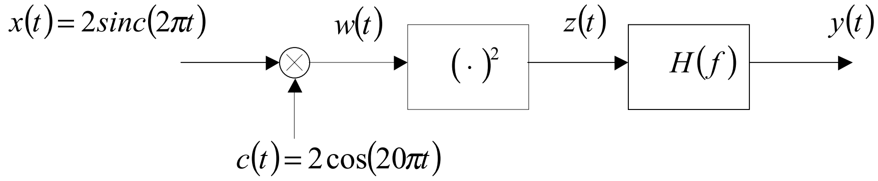
- Se ne particolarizzi l'espressione per segnali periodici.
- Si discuta la veridicità della seguente affermazione:

Se $\quad y(t) = x_1(t) + x_2(t) \quad \Rightarrow \quad S_y(f) = S_{x_1}(f) + S_{x_2}(f)$

Esame di Teoria dei Segnali – 13/12/02

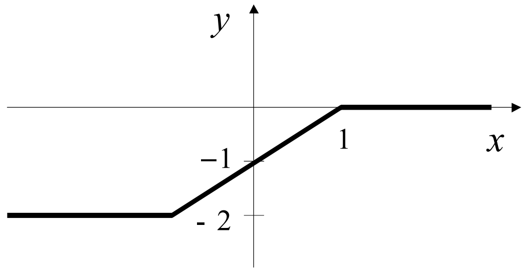
Candidato... Matr. ....

Esercizio 1



Dato il sistema in figura, dove H(f) è la risposta in frequenza di un filtro passa-banda ideale nella banda di frequenze ±[19-21] Hz si determini l'Energia del segnale y(t).

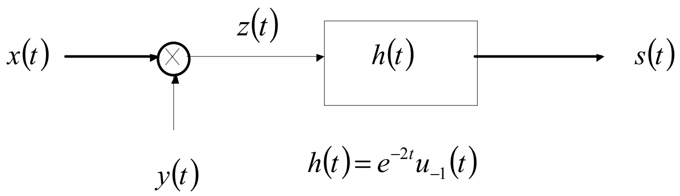
Esercizio 2



$$p_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-1)^2}{2\sigma^2}}$$

Una tensione aleatoria X, caratterizzata dalla densità di probabilità $p_X(x)$ e da un valore quadratico medio uguale a 5, è applicata all'ingresso del dispositivo la cui caratteristica ingresso-uscita è riportata in figura.
1) Determinare e graficare la densità di probabilità con cui è descritta la variabile aleatoria in uscita Y.
2) Calcolare il valor medio della tensione d'uscita.

Esercizio 3



Dato il sistema in figura dove $x(t)$ è un processo Gaussiano ed $y(t)$ un processo bianco $\left(R_{yy}(\tau) = 4\delta(\tau)\right)$. I processi sono ergodici, indipendenti e caratterizzati dalle seguenti densità di probabilità

$$f_{x_1x_2}(x_1, x_2; t_2 - t_1) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-e^{-2|t_2-t_1|}}} e^{\frac{-1}{2\left(1-e^{-2|t_2-t_1|}\right)}\left[x_1^2 + x_2^2 - 2e^{-|t_2-t_1|}x_1x_2\right]} \qquad f_y(y) = \frac{1}{\pi}\frac{\alpha}{\alpha^2 + y^2}.$$

1) Si rappresenti graficamente una possibile realizzazione dei processi x(t) ed y(t).
2) Si calcoli la correlazione incrociata del processo z(t) con il processo x(t).
3) Si calcoli la Potenza del processo s(t) in uscita.

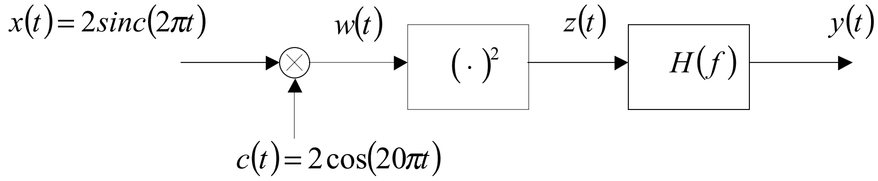
Domanda 1
Si enunci e si dimostri il teorema del campionamento per segnali che ammettono trasformata di Fourier. Si ricavi inoltre che tipo di distorsione si introduce ricostruendo il segnale mediante semplice TENUTA (HOLD) di ciascun campione, piuttosto che per interpolazione ideale.

Domanda 2
Si illustri e giustifichi il concetto di PROBABILITA' TOTALE, fornendo un esempio di applicazione.

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali – 13/12/02

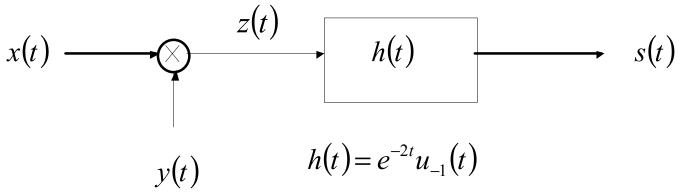
Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1 EAS



Dato il sistema in figura, dove H(f) è la risposta in frequenza di un filtro passa-banda ideale nella banda di frequenze ±[19-21] Hz si determini l'Energia del segnale y(t).

Esercizio 2 EAS



Dato il sistema in figura dove $x(t)$ è un processo Gaussiano ed $y(t)$ un processo bianco $\left(R_{yy}(\tau)=4\delta(\tau)\right)$. I processi sono ergodici, indipendenti e caratterizzati dalle seguenti densità di probabilità

$$f_{x_1x_2}(x_1,x_2;t_2-t_1)=\frac{1}{2\pi\sqrt{1-e^{-2|t_2-t_1|}}}e^{\frac{-1}{2\left(1-e^{-2|t_2-t_1|}\right)}\left[x_1^2+x_2^2-2e^{-|t_2-t_1|}x_1x_2\right]} \qquad f_y(y)=\frac{1}{\pi}\frac{\alpha}{\alpha^2+y^2}.$$

1) Si rappresenti graficamente una possibile realizzazione dei processi x(t) ed y(t).
2) Si calcoli la correlazione incrociata del processo z(t) con il processo x(t).
3) Si calcoli la Potenza del processo s(t) in uscita.

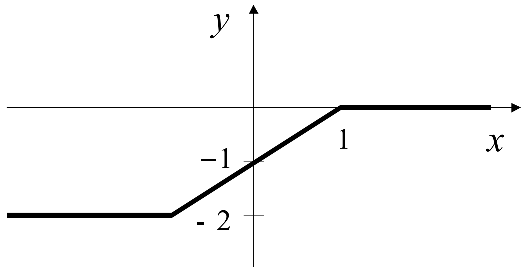
Domanda 1 EAS

Si enunci e si dimostri il teorema del campionamento per segnali che ammettono trasformata di Fourier. Si ricavi inoltre che tipo di distorsione si introduce ricostruendo il segnale mediante semplice TENUTA (HOLD) di ciascun campione, piuttosto che per interpolazione ideale.

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori – 13/12/02

Candidato..   Matr. ....

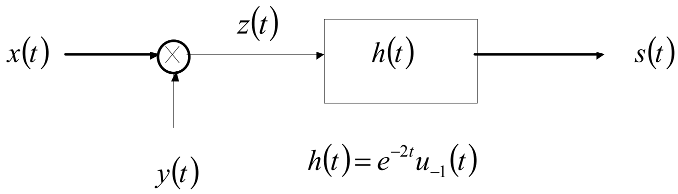
Esercizio 1 TFA



$$p_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-1)^2}{2\sigma^2}}$$

Una tensione aleatoria X, caratterizzata dalla densità di probabilità $p_X(x)$ e da un valore quadratico medio uguale a 5, è applicata all'ingresso del dispositivo la cui caratteristica ingresso-uscita è riportata in figura.
1) Determinare e graficare la densità di probabilità con cui è descritta la variabile aleatoria in uscita Y.
2) Calcolare il valor medio della tensione d'uscita.

Esercizio 2 TFA



Dato il sistema in figura dove $x(t)$ è un processo Gaussiano ed $y(t)$ un processo bianco $\left(R_{yy}(\tau) = 4\delta(\tau)\right)$. I processi sono ergodici, indipendenti e caratterizzati dalle seguenti densità di probabilità

$$f_{x_1 x_2}(x_1, x_2; t_2 - t_1) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1 - e^{-2|t_2 - t_1|}}} e^{\frac{-1}{2\left(1 - e^{-2|t_2 - t_1|}\right)}\left[x_1^2 + x_2^2 - 2e^{-|t_2 - t_1|} x_1 x_2\right]} \qquad f_y(y) = \frac{1}{\pi}\frac{\alpha}{\alpha^2 + y^2}.$$

1. Si rappresenti graficamente una possibile realizzazione dei processi x(t) ed y(t).
2. Si calcoli la correlazione incrociata del processo z(t) con il processo x(t).
3. **(ESAME UNICO TFA)** Si calcoli la probabilità che il processo z(t) sia maggiore di zero.
4. **(ESAME CONGIUNTO)** Si calcoli la Potenza del processo s(t) in uscita.

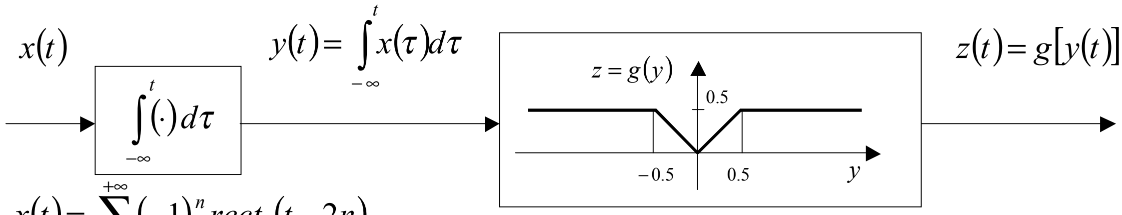
Domanda 1 TFA

Si illustri e giustifichi il concetto di PROBABILITA' TOTALE, fornendo un esempio di applicazione.

Esame di Teoria dei Segnali – 08/01/03

Candidato... Matr. ....

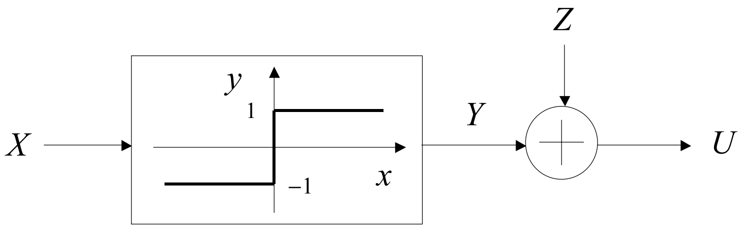
Esercizio 1



$$x(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(-1)^n rect_2(t-2n)$$

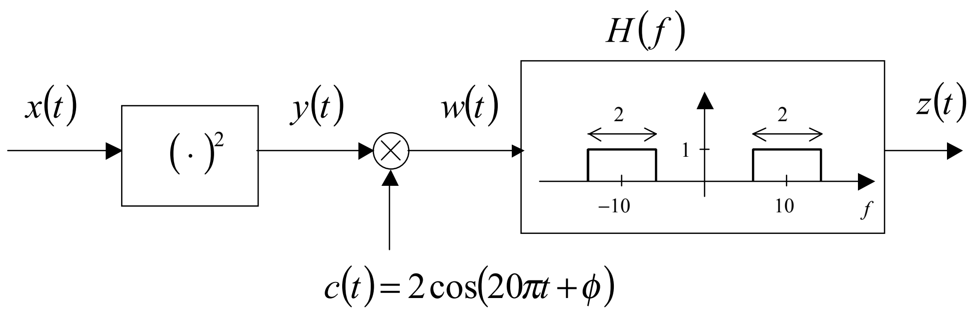
Calcolare lo spettro di densità di potenza del segnale in uscita al sistema in figura.
(SUGGERIMENTO: il segnale y(t) è pari a zero quando t = 0, cioè y(0) = 0.)

Esercizio 2



In base allo schema riportato in figura, determinare e graficare la densità di probabilità con cui è descritta la variabile aleatoria in uscita U, quando la variabile aleatoria X in ingresso al limitatore (hard limiter) è Gaussiana con densità di probabilità $p_X(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-x^2/2\sigma^2}$ e la variabile aleatoria Z è descritta dalla densità di probabilità $p_Z(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-(z-3/4)^2/2\sigma^2}$ con valore quadratico medio $E\{z^2\}=5/8$. Calcolare inoltre la probabilità che la V.A. U sia ≥ 0.

Esercizio 3



Dato il sistema in figura, $x(t)$ è un processo Gaussiano con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau)=2\,\mathrm{sinc}(2\pi\tau)$ e ϕ è una v.aleatoria uniformemente distribuita in $[0,2\pi]$ ed indipendente da $x(t)$. Si determini

1) Il valore medio del processo y(t). 2) La potenza del processo w(t)
3) La potenza del processo z(t)

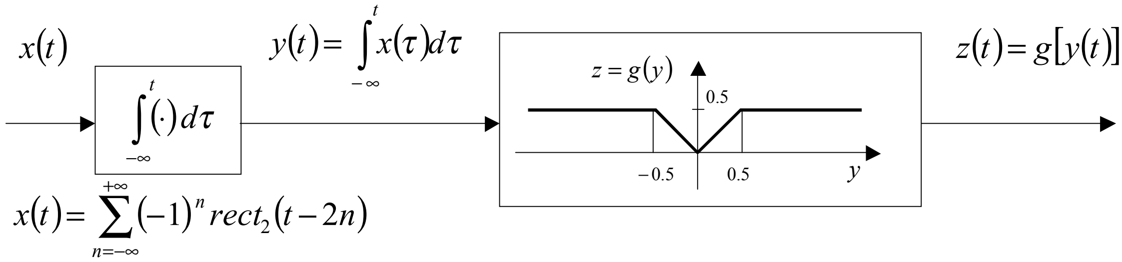
Domanda 1
Definire la funzione di autocorrelazione per segnali di Energia, di Potenza e per segnali periodici. Se ne commenti il significato e se ne illustrino le proprietà. Si evidenzino inoltre le relazioni che legano le funzioni di correlazione dell'ingresso e dell'uscita di un sistema lineare e permanente.

Domanda 2
Dare la definizione di processo aleatorio e commentare le condizioni che caratterizzano un processo aleatorio stazionario in senso stretto ed in senso lato.

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali – 08/01/03

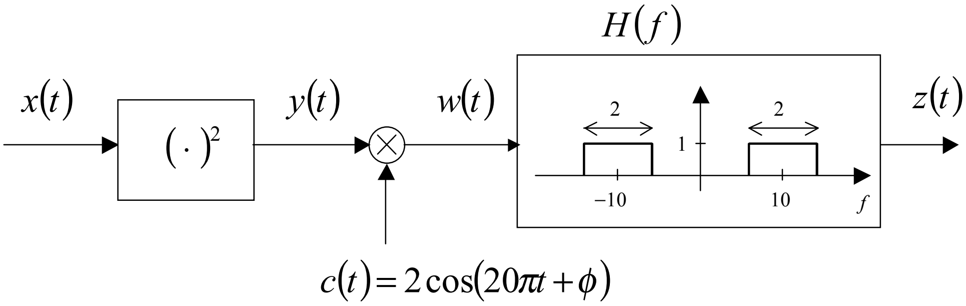
Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1 EAS



Calcolare lo spettro di densità di potenza del segnale in uscita al sistema in figura.
(SUGGERIMENTO: il segnale y(t) è pari a zero quando t = 0, cioè y(0) = 0.)

Esercizio 2 EAS



Dato il sistema in figura, dove $x(t)$ è un processo Gaussiano con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau)=2\,\mathrm{sinc}(2\pi\tau)$ e ϕ è una v.aleatoria uniformemente distribuita in $[0,2\pi]$ ed indipendente da $x(t)$, si determini:

1) Il valore medio del processo y(t).
2) La potenza del processo w(t).
3) La potenza del processo z(t).

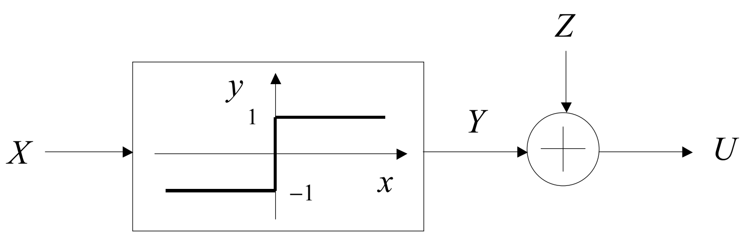
Domanda 1 EAS

Definire la funzione di autocorrelazione per segnali di Energia, di Potenza e per segnali periodici. Se ne commenti il significato e se ne illustrino le proprietà. Si evidenzino inoltre le relazioni che legano le funzioni di correlazione dell'ingresso e dell'uscita di un sistema lineare e permanente

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori – 08/01/03

Candidato.. Matr. ....

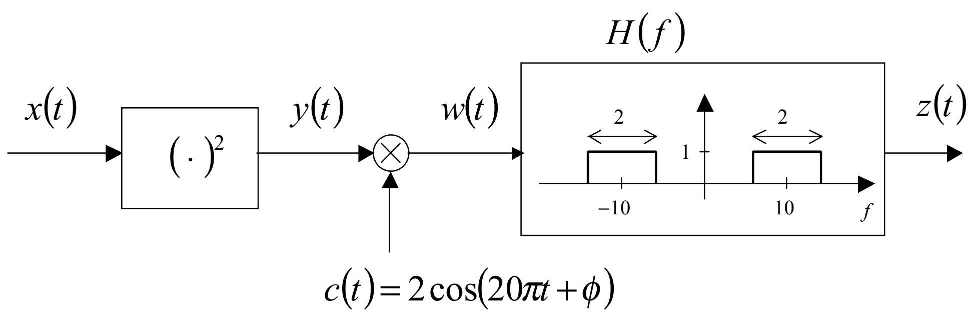
Esercizio 1 TFA



In base allo schema riportato in figura, determinare e graficare la densità di probabilità con cui è descritta la variabile aleatoria in uscita U, quando la variabile aleatoria X in ingresso al limitatore (hard limiter) è Gaussiana con densità di probabilità $p_X(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-x^2/2\sigma^2}$ e la variabile aleatoria Z è descritta dalla densità di probabilità $p_Z(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-(z-3/4)^2/2\sigma^2}$ con valore quadratico medio $E\{z^2\}=5/8$.

Calcolare inoltre la probabilità che la variabile aleatoria U sia ≥ 0.

Esercizio 2 TFA



Dato il sistema in figura, $x(t)$ è un processo Gaussiano con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau)=2\,\mathrm{sinc}(2\pi\tau)$ e ϕ è una v.aleatoria uniformemente distribuita in $[0,2\pi]$ ed indipendente da $x(t)$. Si determini

1) Il valore medio del processo y(t).
2) La potenza del processo w(t).
3) **(SOLO TFA)** La funzione di densità di probabilità dell'ampiezza del processo y(t).
3) **(SOLO ESAME CONGIUNTO)** La potenza del processo z(t)

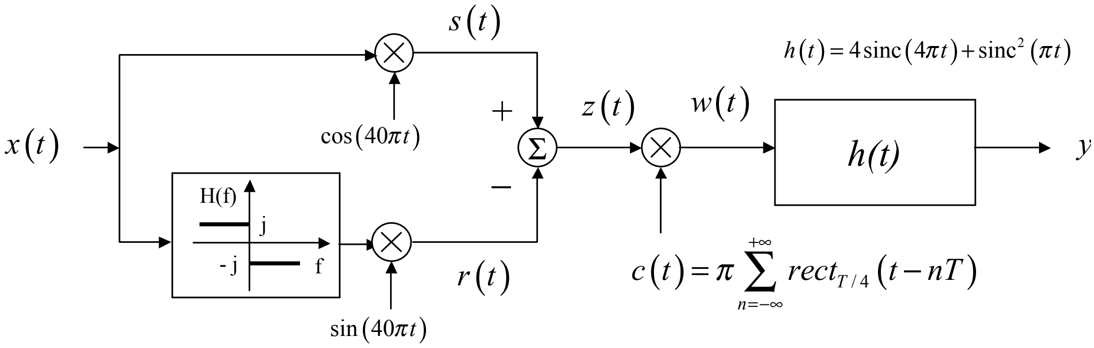
Domanda 1 TFA

Dare la definizione di processo aleatorio e commentare le condizioni che caratterizzano un processo aleatorio stazionario in senso stretto ed in senso lato.

Esame di Teoria dei Segnali – Prova scritta del 06/03/03

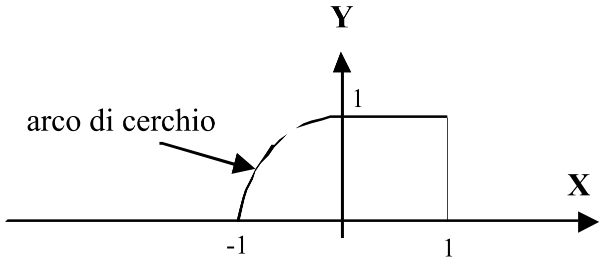
Candidato.. Matr. ....

Assegnato il sistema disegnato in figura



calcolare e disegnare lo Spettro di Densità di Energia del segnale y(t) in uscita al sistema quando l'ingresso è $x(t)=8\,\mathrm{sinc}^2(4\pi t)$ e T=1/7 sec.

Esercizio 2
La variabile aleatoria bidimensionale (X,Y) presenta una densità di probabilità congiunta costante nel dominio in figura. Calcolare e graficare:
- la funzione densità di probabilità della variabile marginale X
- la funzione densità di probabilità della variabile marginale Y/X



Esercizio 3
Calcolare lo spettro di densità di potenza del processo ergodico

$$X(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \,\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi}{T}(t-kT-\Theta)\right)\cos(2\pi f_0 t+\Phi)$$

dove le variabili A_k, Θ e Φ sono tutte mutuamente indipendenti. Le variabili aleatorie A sono descritte dalla densità di probabilità

$$p_A(a)=\lambda e^{-\lambda a}u_{-1}(a)$$

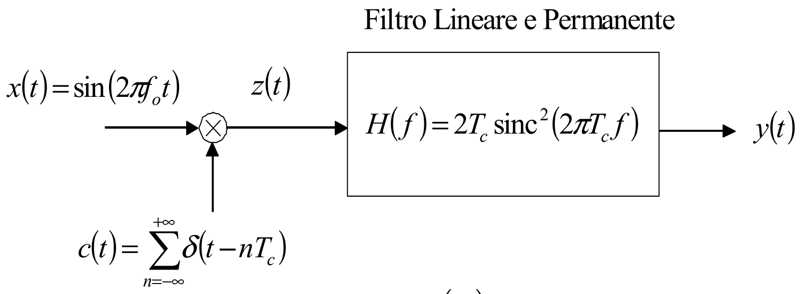
Domanda 1
Dimostrare la proprietà di ortogonalità delle funzioni "esponenziali complesse" e commentare le implicazioni di tale proprietà per ciò che riguarda lo sviluppo in serie di Fourier.

Domanda 2
Supponiamo di avere un processo ergodico gaussiano in ingresso ad un sistema lineare e permanente (LP):
a) Si enuncino e si GIUSTIFICHINO le proprietà di cui gode il processo di uscita.
b) Si renda inoltre esplicita la dipendenza delle gerarchie del 1° e del 2° ordine del processo di uscita dai parametri statistici dell'ingresso e da quelli deterministici del sistema LP.

Esame di Teoria dei Segnali – 24/03/03

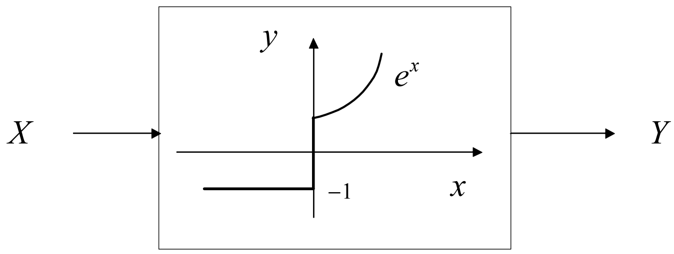
Candidato... Matr. ....

Esercizio 1



Calcolare e disegnare lo spettro $Y(f)$ del segnale in uscita $y(t)$ quando $f_o = 1/4T_c$)

Esercizio 2

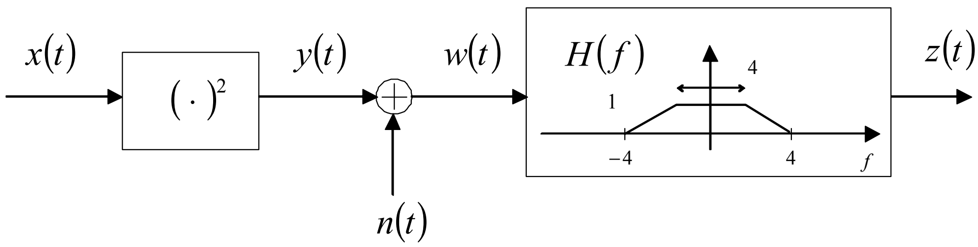


Data una variabile aleatoria X uniformemente distribuita nell'intervallo $[-\Delta,\Delta]$, e la variabile aleatoria Y ottenuta per trasformazione di X tramite il dispositivo in figura, si calcolino:

1) la densità di probabilità $p_y(y)$, 2) il valore quadratico medio di Y

3) la probabilità che Y superi il valore $e^{\Delta/2}$.

Esercizio 3



Sia $x(t)$ un processo Gaussiano con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau)=2\,\mathrm{sinc}(2\pi\tau)$ e $n(t)$ un processo Gaussiano bianco indipendente da $x(t)$ con $R_{nn}(\tau)=\delta(t)$. Si determini:

1) Il valore medio del processo w(t). 2) La potenza del processo w(t)
3) La potenza del processo z(t)

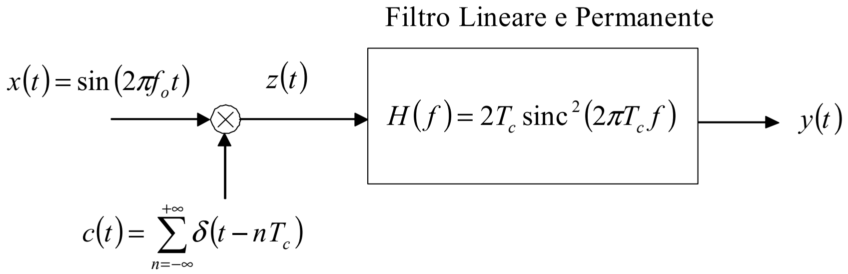
Domanda 1
Si definisca cosa è un segnale passa-banda e si derivino le relazioni dirette ed inverse con le componenti analogiche di bassa frequenza. Si chiarisca inoltre il ruolo di tali concetti nella rice-trasmissione di segnali modulati fornendo lo schema di principio di un trasmettitore e di un ricevitore.

Domanda 2
Descrivere il fenomeno delle prove ripetute dal punto di vista probabilistico. In particolare, si spieghi come si calcola la probabilità che un dato esperimento abbia successo più di 5 volte su 15 ripetizioni.

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali – 24/03/03

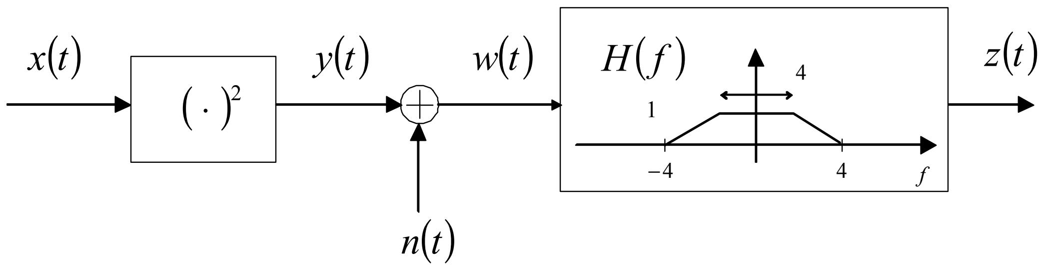
Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1 EAS



Calcolare e disegnare lo spettro $Y(f)$ del segnale in uscita $y(t)$ quando $f_o = 1/4T_c$)

Esercizio 2 EAS



Sia $x(t)$ un processo Gaussiano con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau)=2\,\mathrm{sinc}(2\pi\tau)$ e $n(t)$ un processo Gaussiano bianco indipendente da $x(t)$ con $R_{nn}(\tau)=\delta(t)$. Si determini:

2) Il valore medio del processo w(t). 2) La potenza del processo w(t)
3) La potenza del processo z(t)

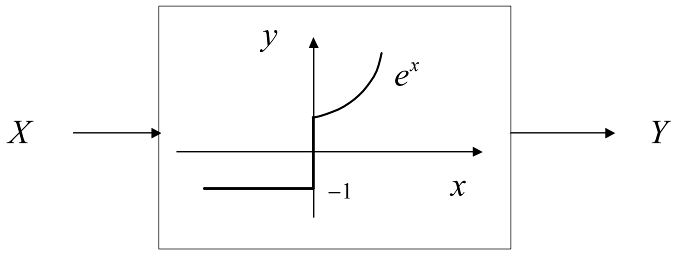
Domanda 1 EAS

Si definisca cosa è un segnale passa-banda e si derivino le relazioni dirette ed inverse con le componenti analogiche di bassa frequenza. Si chiarisca inoltre il ruolo di tali concetti nella rice-trasmissione di segnali modulati fornendo lo schema di principio di un trasmettitore e di un ricevitore.

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori – 24/03/03

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1 TFA

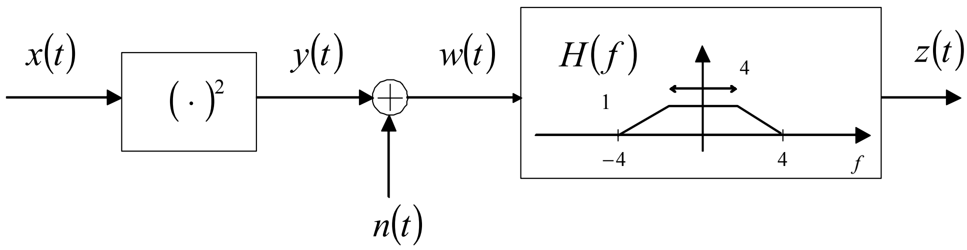


Data una variabile aleatoria X uniformemente distribuita nell'intervallo $[-\Delta,\Delta]$, e la variabile aleatoria Y ottenuta per trasformazione di X tramite il dispositivo in figura, si calcolino:

1) la densità di probabilità $p_y(y)$, 2) il valore quadratico medio di Y

3) la probabilità che Y superi il valore $e^{\Delta/2}$.

Esercizio 2 TFA



Sia $x(t)$ un processo Gaussiano con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau)=2\,\mathrm{sinc}(2\pi\tau)$ e $n(t)$ un processo Gaussiano bianco indipendente da $x(t)$ con $R_{nn}(\tau)=\delta(t)$. Si determini:

1) Il valore medio del processo w(t). 2) La potenza del processo w(t)
3) **(SOLO TFA)** La correlazione incrociata del processo w(t) con il processo x(t).
3) **(SOLO ESAME CONGIUNTO)** La potenza del processo z(t)

Domanda 1 TFA

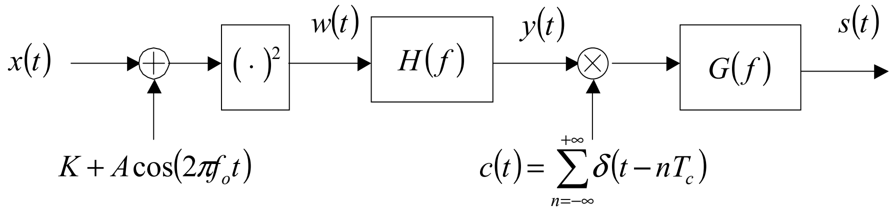
Descrivere il fenomeno delle prove ripetute dal punto di vista probabilistico. In particolare, si spieghi come si calcola la probabilità che un dato esperimento abbia successo più di 5 volte su 15 ripetizioni.

Esame di Teoria dei Segnali – 16/04/03

Candidato.. Matr. ....

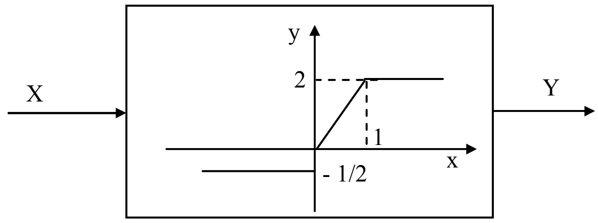
Esercizio 1

$$H(f) = rect_6(f+15) + rect_6(f-15) \qquad G(f) = rect_4(f)$$



Dato il sistema in figura dove fo = 15 Hz e Tc=1/7 sec, calcolare Energia e Potenza del segnale s(t).

Esercizio 2



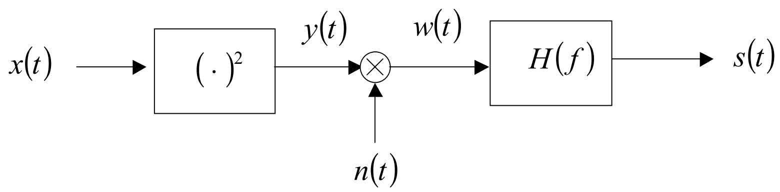
In base allo schema riportato in figura, determinare e graficare la densità di probabilità con cui è descritta la variabile aleatoria in uscita Y, quando la variabile aleatoria X in ingresso al dispositivo non lineare è Gaussiana con densità di probabilità $p_X(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-(x-1)^2/8}$.

Calcolare inoltre i momenti del primo e del secondo ordine della variabile aleatoria Y.

SUGGERIMETO: si sfruttino le seguenti uguaglianze

$$E\{Y\} = E\{(Y-2)\} + 2 \qquad E\{Y^2\} = E\left\{(Y-2+2)^2\right\} = E\left\{(Y-2)^2\right\} - 4E\{(Y-2)\} + 4$$

Esercizio 3



Sia x(t) è un processo armonico di frequenza fo= 20 Hz ed ampiezza massima A = 2, ed n(t) un processo Gaussiano (indipendente da x(t)) con funzione di autocorrelazione $R_{nn}(\tau) = 4 + 2\sin c^2(2\pi\tau)$. Si determini:

1) Il valor medio e la densità di probabilità dell'ampiezza del processo y(t).

2) La correlazione incrociata delle componenti analogiche di bassa frequenza del processo s(t) rispetto alla frequenza f1= 40 Hz

Domanda 1

Si enunci e si dimostri il teorema del campionamento per segnali che ammettono trasformata di Fourier. Si ricavi inoltre che tipo di distorsione si introduce ricostruendo il segnale mediante semplice TENUTA (HOLD) di ciascun campione, piuttosto che per interpolazione ideale.

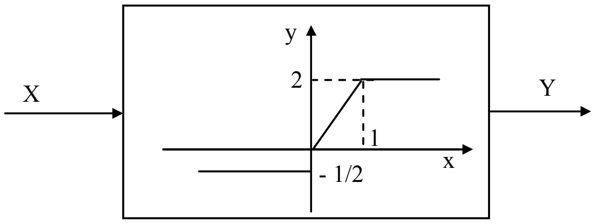
Domanda 2

Illustrare il Teorema di Bayes e applicarlo al caso di un canale binario simmetrico.

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori – 16/04/03

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1 TFA



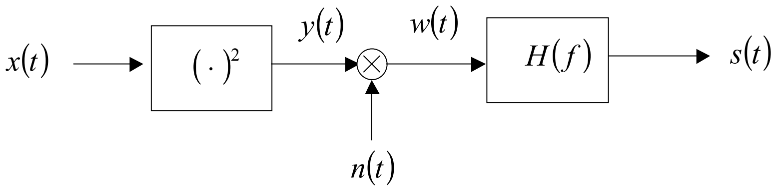
In base allo schema riportato in figura, determinare e graficare la densità di probabilità con cui è descritta la variabile aleatoria in uscita Y, quando la variabile aleatoria X in ingresso al dispositivo non lineare è Gaussiana con densità di probabilità $p_X(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-(x-1)^2/8}$.

Calcolare inoltre i momenti del primo e del secondo ordine della variabile aleatoria Y.
SUGGERIMETO: si sfruttino le seguenti uguaglianze

$$E\{Y\} = E\{(Y-2)\} + 2$$

$$E\{Y^2\} = E\{(Y-2+2)^2\} = E\{(Y-2)^2\} - 4E\{(Y-2)\} + 4$$

Esercizio 2 TFA



Sia x(t) è un processo armonico di frequenza fo= 20 Hz ed ampiezza massima A = 2, ed n(t) un processo Gaussiano indipendente da x(t), con funzione di autocorrelazione $R_{nn}(\tau) = 4 + 2\sin c^2(2\pi\tau)$. Si determini:

1) Il valor medio e la densità di probabilità dell'ampiezza del processo y(t).
2) Il valor medio e la funzione di autocorrelazione del processo w(t)

Domanda 1 TFA
Illustrare il Teorema di Bayes e applicarlo al caso di un canale binario simmetrico.

Appello Straordinario di Teoria dei Segnali del 23/06/03

Candidato... Matr. ....

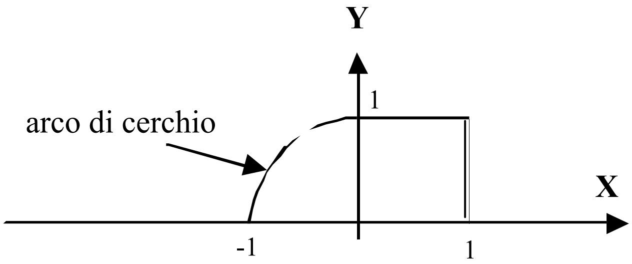
Esercizio 1
Sia X(t) un processo aleatorio Gaussiano ergodico con funzione di autocorrelazione

$$R_{XX}(\tau) = 4exp\left[-2(\tau / T)^2\right]$$

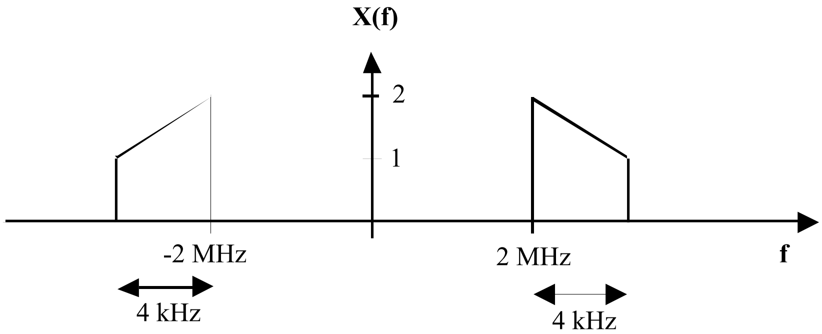
Calcolare la funzione densità di probabilità condizionata $f(Y_2, Y_1; t_1, t_2)$ dove $Y_1 = Y(t_1)$ e $Y_2 = Y(t_2) = Y(t_1 + T)$ essendo Y(t) il processo aleatorio all'uscita del sistema descritto dalla relazione ingresso-uscita:

$$y(t) = x(t) + T\frac{d}{dt}x(t)$$

Esercizio 2
La variabile aleatoria bidimensionale (X,Y) presenta una densità di probabilità congiunta costante nel dominio in figura. Calcolare e graficare:
- la funzione densità di probabilità della variabile marginale X
- la funzione densità di probabilità della variabile marginale Y/X



Esercizio 3
Calcolare le componenti analogiche di bassa frequenza rispetto alla frequenza 2,002 MHz del segnale x(t) la cui trasformata di Fourier X(f) è mostrata in figura



Esercizio 4

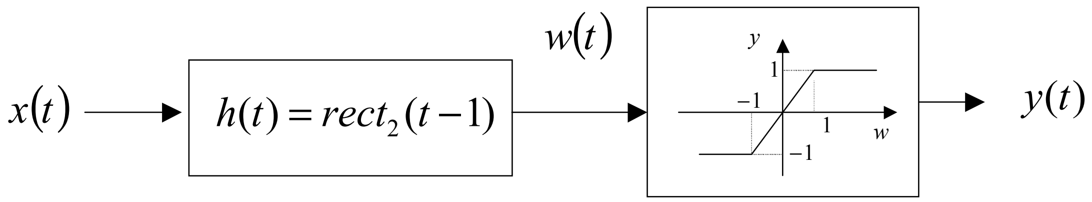
Fornire la definizione di funzione caratteristica ed illustrarne le proprietà.

Esercizio 5
Fornire la definizione di segnali di energia e di potenza discutendo le relative proprietà, le trasformazioni che possono essere applicate a detti segnali e le relazioni tra un segnale di potenza certo ed un processo aleatorio.

Esame di Teoria dei Segnali – 04/07/03

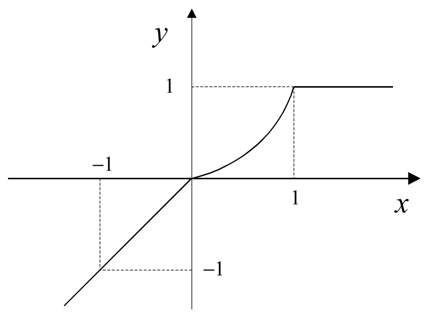
Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1



Dato il sistema in figura, con $x(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} rect_2(t-10n)$, calcolare e rappresentare graficamente lo spettro di densità di Potenza del segnale y(t)

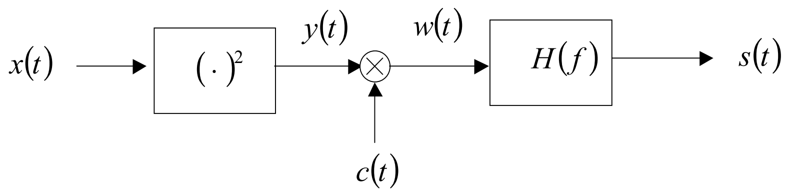
Esercizio 2



In base allo schema riportato in figura, determinare e graficare la densità di probabilità con cui è descritta la variabile aleatoria in uscita Y, quando la variabile aleatoria X in ingresso al dispositivo non lineare è Gaussiana con densità di probabilità $p_X(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-(x-1)^2/2}$.

Calcolare inoltre la probabilità che y sia compresa tra −1/4 ed 1/4.

Esercizio 3



Sia x(t) un processo Gaussiano con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau)=4+2\sin c(2\pi\tau)$, e c(t) un processo armonico indipendente da x(t) di ampiezza massima A=2 e frequenza fo=12 Hz. Si determini:

1) Il valor medio e la densità di probabilità dell'ampiezza del processo y(t).
2) La Potenza del processo s(t) sapendo che H(f) è un filtro passa-banda ideale in +/- [1,15] Hz

---

Domanda 1

Il candidato fornisca la definizione di Spettro di Densità di Potenza di un segnale determinato. Successivamente il candidato si soffermi sulle caratteristiche dello Spettro di Densità di Potenza dei segnali Periodici, ne ricavi (dimostrazione) e commenti l'espressione generale (si raccomanda al candidato di accompagnare lo svolgimento dell'esercizio con un'adeguata rappresentazione grafica).

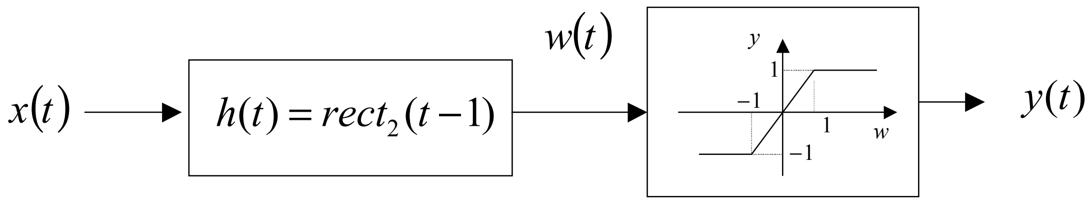
Domanda 2

Descrivere e giustificare il ruolo della distribuzione di probabilità di Bernoulli nel caso di fenomeni aleatori (eventi) ripetuti, evidenziando chiaramente quali siano le ipotesi di validità di tale approccio. Si fornisca anche un esempio di applicazione concreto.

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali – 04/07/03

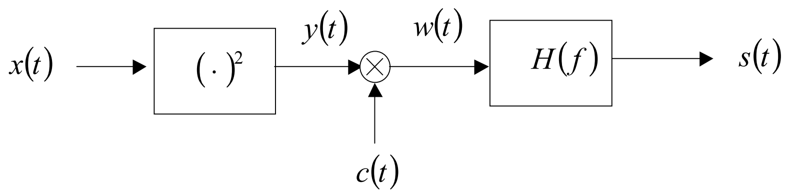
Candidato..   Matr. ....

Esercizio 1 EAS



Dato il sistema in figura, con $x(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} rect_2(t-10n)$, calcolare e rappresentare graficamente lo spettro di densità di Potenza del segnale y(t).

Esercizio 2 EAS



Sia x(t) un processo Gaussiano con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau)=4+2\sin c(2\pi\tau)$, e c(t) un processo armonico indipendente da x(t) di ampiezza massima A=2 e frequenza fo=12 Hz. Si determini:

1) In quali istanti di tempo il processo w(t) ed il processo x(t) sono scorrelati.
2) La Potenza del processo s(t) sapendo che H(f) è un filtro passa-banda ideale in +/- [1,15] Hz.

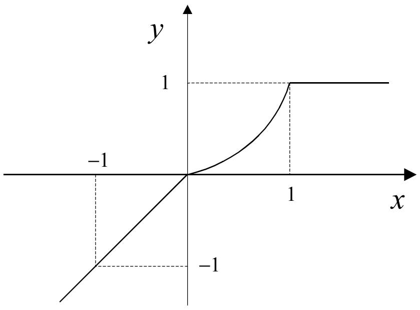
Domanda EAS

Il candidato fornisca la definizione di Spettro di Densità di Potenza di un segnale determinato. Successivamente il candidato si soffermi sulle caratteristiche dello Spettro di Densità di Potenza dei segnali Periodici, ne ricavi (dimostrazione) e commenti l'espressione generale (si raccomanda al candidato di accompagnare lo svolgimento dell'esercizio con un'adeguata rappresentazione grafica).

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori – 04/07/03

Candidato.. Matr. ....

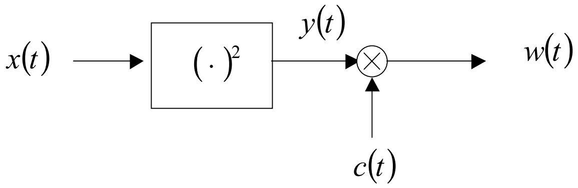
Esercizio 1 TFA



In base allo schema riportato in figura, determinare e graficare la densità di probabilità con cui è descritta la variabile aleatoria in uscita Y, quando la variabile aleatoria X in ingresso al dispositivo non lineare è Gaussiana con densità di probabilità $p_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(x-1)^2/2}$.

Calcolare inoltre la probabilità che y sia compresa tra −1/4 ed 1/4.

Esercizio 2 TFA



Sia x(t) un processo Gaussiano con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau) = 4 + 2\sin c(2\pi\tau)$, e c(t) un processo armonico indipendente da x(t) di ampiezza massima A=2 e frequenza fo=12 Hz. Si determini:

1) Il valor medio e la densità di probabilità dell'ampiezza del processo y(t).
2) In quali istanti di tempo il processo w(t) ed il processo x(t) sono scorrelati.

SUGGERIMETO: si ricordi la definizione di scorrelatezza di due V.Aleatorie e la relazione tra processi e V.Aleatorie

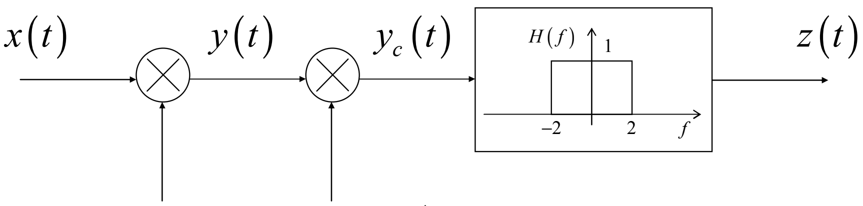
---

Domanda TFA
Descrivere e giustificare il ruolo della distribuzione di probabilità di Bernoulli nel caso di fenomeni aleatori (eventi) ripetuti, evidenziando chiaramente quali siano le ipotesi di validità di tale approccio. Si fornisca anche un esempio di applicazione concreto.

Esame di Teoria dei Segnali – 30/07/03

Candidato.. Matr. ....

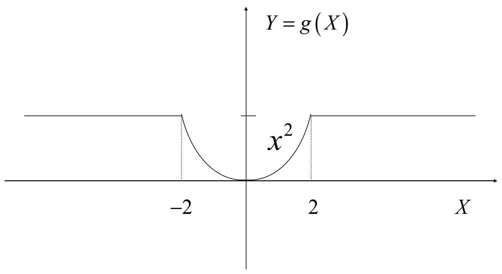
Esercizio 1



$$m(t) = \cos(22\pi t) \qquad c(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_c)$$

Dato il sistema in figura dove $x(t) = 8\,\mathrm{sinc}^2(2\pi t) - 2\,\mathrm{sinc}^2(\pi t)$, calcolare l'energia e la potenza del segnale $z(t)$, quando $T_c = 0{,}1\,\mathrm{sec.}$.

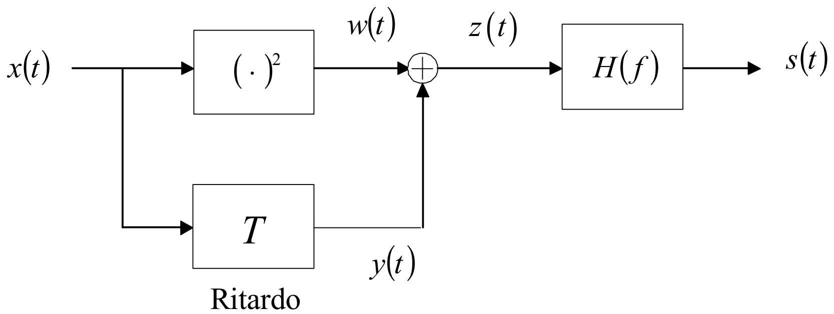
Esercizio 2



Sia X una variabile aleatoria descritta da una densità di probabilità $f_X(x) = Ke^{-\lambda|x-1|}$, ed Y = g(X) la trasformazione rappresentata in figura. Determinare:

1) Il valore di K
2) Il valor medio e la varianza di X
3) La densità di probabilità della variabile aleatoria Y
4) la probabilità che Y sia compresa tra 0 ed 1.

Esercizio 3



Sia x(t) un processo Gaussiano stazionario con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau) = \mathrm{sinc}(\pi\tau/T)$.

Si determini:
1) La Potenza del processo s(t) sapendo che H(f) è un filtro passa-banda ideale tra +/- [1/2T,1/T] Hz.
2) In quali istanti di tempo il processo s(t) ed il processo x(t) sono scorrelati

Domanda 1

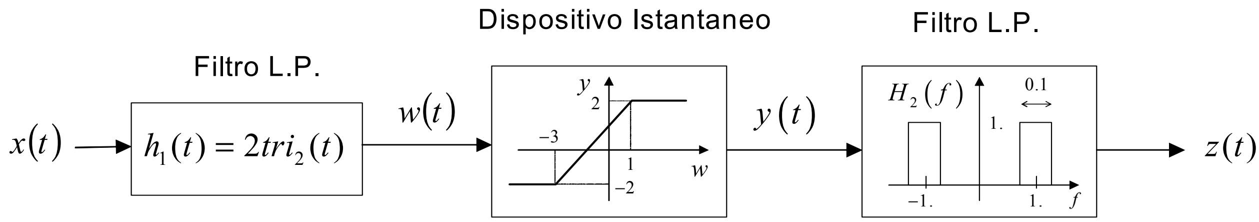
Il candidato fornisca la definizione di trasformata continua di Fourier di un segnale, indicando le condizioni sufficienti alla sua esistenza. Il candidato, inoltre, enunci e dimostri le proprietà di traslazione, derivazione e cambiamento di scala.

Domanda 2

Il candidato introduca il concetto di processo passa-banda, indicando e giustificando le condizioni necessarie alla sua stazionarietà in senso lato (dipendente delle caratteristiche statistiche delle sue componenti analogiche di bassa frequenza). Si indichi inoltre esplicitamente l'espressione generale della sua funzione di autocorrelazione sotto dette ipotesi di stazionarietà in senso lato.

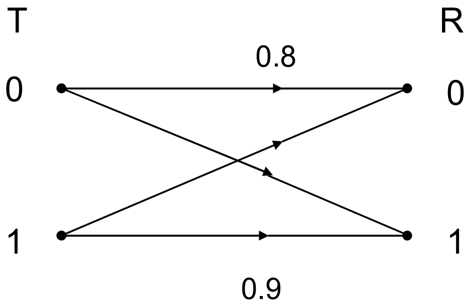
Esame di Teoria dei Segnali – 03/09/03

Esercizio 1



Dato il sistema in figura, con $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n \delta(t-4n)$, calcolare e rappresentare graficamente il segnale in uscita z(t).

Esercizio 2



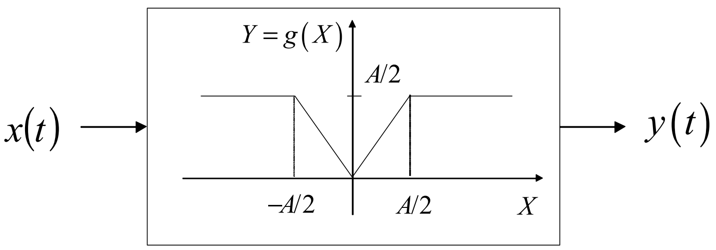
Dato il canale binario simmetrico, che emette simboli elementari (bits) $t_i \in \{0,1\}$ in modo equi-probabile, si consideri il sistema di comunicazione che trasmette parole di codice C secondo il seguente formato:

$$C = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, p\},$$

dove p è un bit per il controllo di parità (cioè un bit che vale 1 se il numero di bit trasmessi elementari è Pari, oppure 0 se tale numero è Dispari). Tale bit p viene usato in ricezione per aiutare a capire se la parola di codice ricevuta è corretta oppure no.

Assumendo che il bit p sia ricevuto correttamente (cioè p sia trasmesso attraverso un altro canale con tasso di errore nullo) calcolare la probabilità che il ricevitore segnali la ricezione di una parola di codice errata.

Esercizio 3



Sia x(t) un processo armonico di ampiezza massima A che transita nel dispositivo istantaneo in figura.

1) Si disegni una realizzazione del processo di uscita y(t)
2) Si calcoli la densità di probabilità del processo di uscita y(t).
3) Si calcoli il valor medio di y(t).
4) Si calcoli lo spettro di densità di potenza del processo y(t).

Suggerimento:E' utile (ma non indispensabile) sfruttare il concetto di ergodicità.

Si ricorda inoltre la derivata notevole $\frac{d}{dx}\left[\arcsin(x) + C\right] = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \forall C$ costante

---

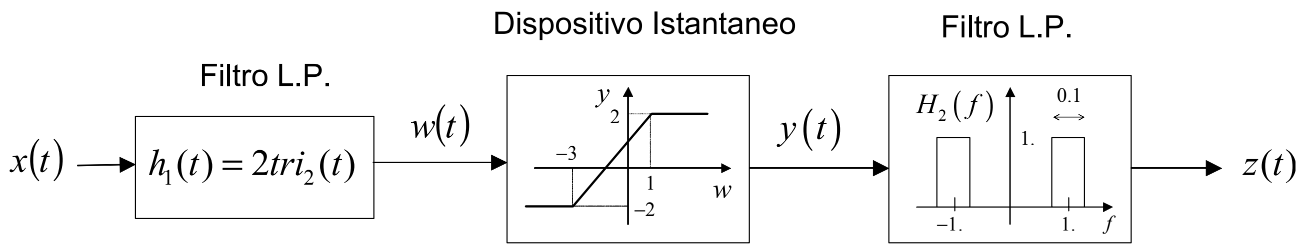
Domanda 1

Dimostrare la proprietà di ortogonalità delle funzioni "esponenziali complesse" e commentare le implicazioni di tale proprietà per ciò che riguarda lo sviluppo in serie di Fourier.

Domanda 2

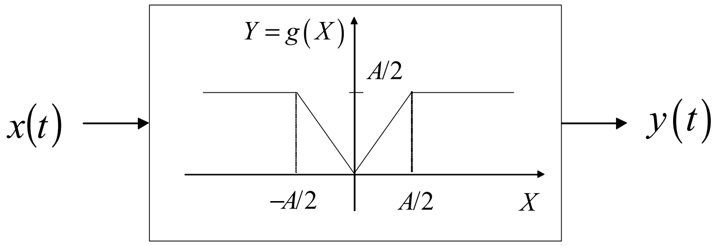
Dare la definizione di processo aleatorio. Definire cosa si intende per processo aleatorio stazionario in senso stretto ed in senso lato, commentandone il significato ed evidenziando la relazione tra i due tipi di stazionarietà.

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali – 03/09/03



Dato il sistema in figura, con $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n \delta(t-4n)$, calcolare e rappresentare graficamente il segnale in uscita z(t).

Esercizio 2



Sia x(t) un processo armonico (stazionario) di ampiezza massima A che transita nel dispositivo istantaneo in figura.

1) Si disegni una realizzazione del processo di uscita y(t)
2) Si calcoli il valor medio del processo di uscita.
3) Si calcoli lo spettro di densità di potenza del processo del processo y(t).

Suggerimento:E' utile (ma non indispensabile) sfruttare il concetto di ergodicità.

Si ricordi inoltre la derivata notevole $\frac{d}{dx}\left[\arcsin(x)+C\right] = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \forall C$ costante

---

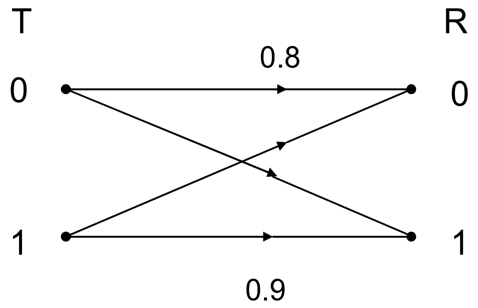
Domanda

Dimostrare la proprietà di ortogonalità delle funzioni "esponenziali complesse" e commentare le implicazioni di tale proprietà per ciò che riguarda lo sviluppo in serie di Fourier.

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori – 03/09/03

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1



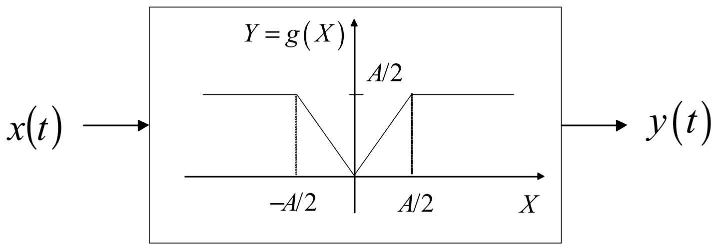
Dato il canale binario simmetrico, che emette simboli elementari (bits) $t_i \in \{0,1\}$ in modo equi-probabile, si consideri il sistema di comunicazione che trasmette parole di codice C secondo il seguente formato

$C = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, p\}$, dove p è un bit per il controllo di parità (cioè un bit che vale 1 se il numero di bit trasmessi elementari è Pari, oppure 0 se tale numero è Dispari). Tale bit p è usato in ricezione per aiutare a capire se la parola di codice ricevuta è corretta oppure no.

Assumendo che il bit p sia ricevuto correttamente (cioè p sia trasmesso attraverso un altro canale con tasso di errore nullo) calcolare la probabilità che il ricevitore segnali la ricezione di una parola di codice errata.

Suggerimento: Si ragioni su cosa succede alla logica di controllo di parità quando si commettono uno, o più, errori sui bit t_i contenuti in C.

Esercizio 2



Sia x(t) un processo armonico (stazionario) di ampiezza massima A che transita nel dispositivo istantaneo in figura.

1) Si disegni una realizzazione del processo di uscita y(t)
2) Si calcoli la densità di probabilità del processo di uscita y(t).
3) Si calcoli il valor medio del processo di uscita.

Suggerimento:E' utile (ma non indispensabile) sfruttare il più possibile il concetto di ergodicità.

Si ricorda inoltre la derivata notevole $\frac{d}{dx}\left[\arcsin(x) + C\right] = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \forall C$ costante

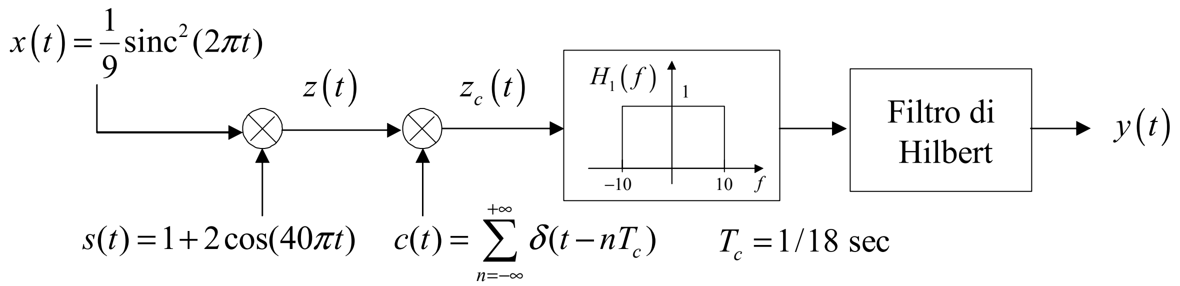
---

Domanda

Dare la definizione di processo aleatorio. Definire cosa si intende per processo aleatorio stazionario in senso stretto ed in senso lato, commentandone il significato ed evidenziando la relazione tra i due tipi di stazionarietà.

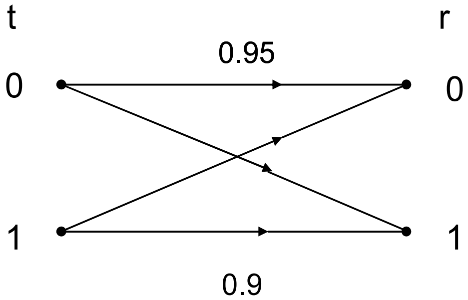
Esame di Teoria dei Segnali – 19/09/03

Esercizio 1



Dato il sistema in figura, determinare l'espressione analitica del segnale in uscita y(t).

Esercizio 2



Dato il canale binario in figura, che emette simboli elementari (bits) $t\in\{0,1\}$ con $\Pr\{t=0\}=2\Pr\{t=1\}$, si consideri il sistema di comunicazione che trasmette parole C codificate a RIPETIZIONE secondo il formato:

$C=\{t,t,t\}$ (quindi $C=\{1,1,1\}$ oppure $C=\{0,0,0\}$).

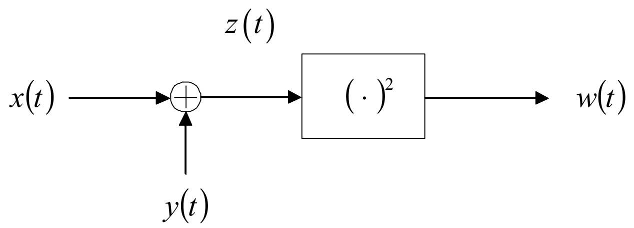
Il ricevitore riceverà attraverso il canale binario una parola R del tipo $R=\{r_1,r_2,r_3\}$ dove $r_j\in\{0,1\}$.

Il ricevitore decodifica a MAGGIORANZA la parola ricevuta R, cioè stima il bit trasmesso t secondo la seguente regola

$$\hat{t}=\begin{cases}1 & ,se \text{ numero di 1 in R} > \text{numero di 0 in R}\\ 0 & ,se \text{ numero di 0 in R} > \text{numero di 1 in R}\end{cases}$$

Calcolare la probabilità di ERRATA DECODIFICA (cioè $\Pr\{\hat{t}\neq t\}$).

Esercizio 3



Siano $x(t)$ ed $y(t)$ due processi Gaussiani indipendenti, con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau)=2e^{-|\tau|}$ $R_{yy}(\tau)=e^{-2|\tau|}$.

1) Calcolare il valor medio del processo z(t)
2) Determinare e disegnare la densità di probabilità del processo z(t).
3) Calcolare lo Spettro di Densità di Potenza del processo w(t)
4) Determinare la probabilità che w(t) >1

Domanda 1

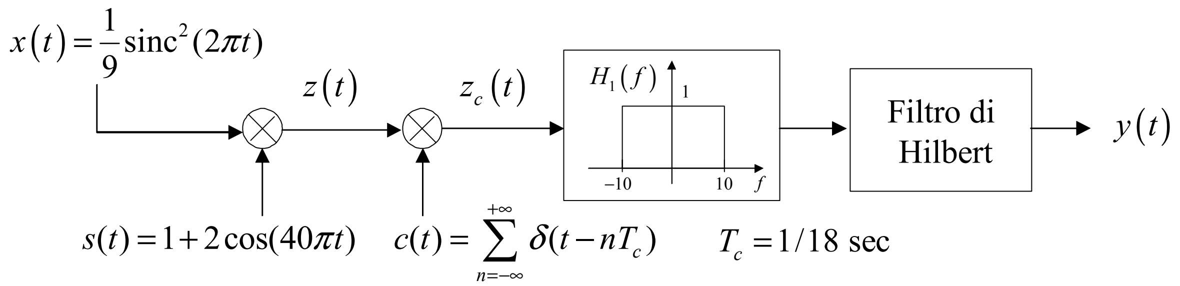
Si **ENUNCI** e si **DIMOSTRI** il "Teorema del Campionamento" per segnali di Energia con banda rigorosamente limitata, esplicitando (anche graficamente) la formula di ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni. Si evidenzi il fenomeno dell'"aliasing" per segnali a banda non rigorosamente limitata e la metodologia di gestione di tale problema.

Domanda 2

Definire cosa si intende per "processo armonico" disegnandone le possibili realizzazioni.
Si discutano le caratteristiche statistiche di tale processo (i.e. valor medio, varianza, autocorrelazione, Spettro di Densità di Potenza, densità di probabilità, stazionarietà, ergodicità). Si dimostri come si ricava l'espressione della funzione di autocorrelazione.

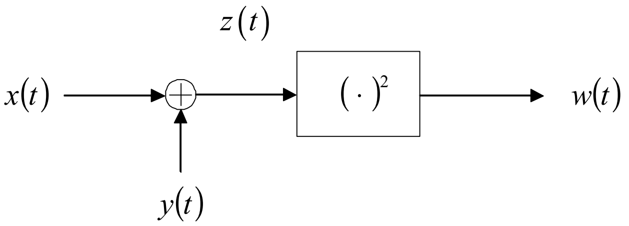
Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali – 19/09/03

Esercizio 1



Dato il sistema in figura, determinare l'espressione analitica del segnale in uscita y(t).

Esercizio 2



Siano $x(t)$ ed $y(t)$ due processi Gaussiani indipendenti, con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau)=2e^{-|\tau|}$ $R_{yy}(\tau)=e^{-2|\tau|}$

1) Calcolare il valor medio del processo z(t)
2) Determinare la densità di probabilità del processo z(t).
3) Calcolare lo Spettro di Densità di Potenza del processo w(t)
4) Determinare la probabilità che w(t) >1

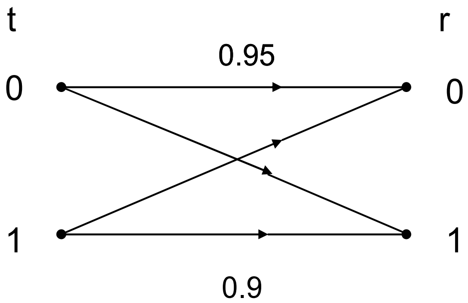
Domanda

Si **ENUNCI** e si **DIMOSTRI** il "Teorema del Campionamento" per segnali di Energia con banda rigorosamente limitata, esplicitando (anche graficamente) la formula di ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni. Si evidenzi il fenomeno dell'"aliasing" per segnali a banda non rigorosamente limitata e la metodologia di gestione di tale problema.

.

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori – 19/09/03

Esercizio 1



Dato il canale binario in figura, che emette simboli elementari (bits) $t \in \{0,1\}$ con $\Pr\{t=0\} = 2\Pr\{t=1\}$, si consideri il sistema di comunicazione che trasmette parole C codificate a RIPETIZIONE secondo il formato:

$C = \{t,t,t\}$ (quindi $C = \{1,1,1\}$ oppure $C = \{0,0,0\}$).

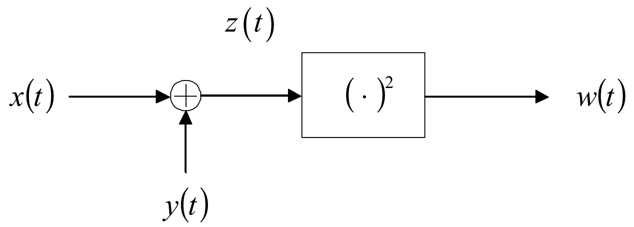
Il ricevitore riceverà attraverso il canale binario una parola R del tipo $R = \{r_1, r_2, r_3\}$ dove $r_j \in \{0,1\}$.

Il ricevitore decodifica a MAGGIORANZA la parola ricevuta R, cioè stima il bit trasmesso t secondo la seguente regola

$$\hat{t} = \begin{cases} 1 & ,se \text{ numero di 1 in R} > \text{numero di 0 in R} \\ 0 & ,se \text{ numero di 0 in R} > \text{numero di 1 in R} \end{cases}$$

Calcolare la probabilità di ERRATA DECODIFICA (cioè $\Pr\{\hat{t} \neq t\}$).

Esercizio 2



Siano $x(t)$ ed $y(t)$ due processi Gaussiani indipendenti, con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau) = 2e^{-|\tau|}$ $R_{yy}(\tau) = e^{-2|\tau|}$.

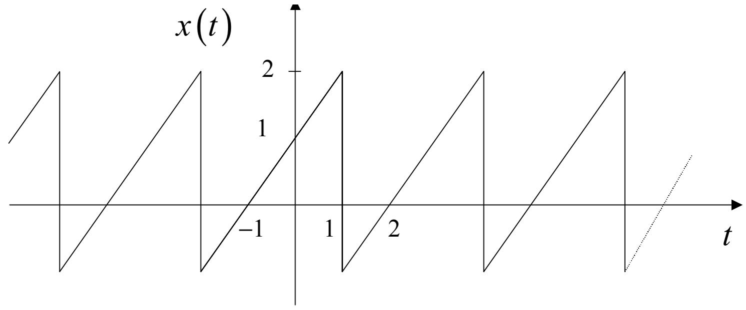
1) Calcolare il valor medio del processo z(t)
2) Determinare la densità di probabilità del processo z(t).
3) Calcolare la funzione di autocorrelazione del processo w(t)
4) Determinare la probabilità che w(t) >1

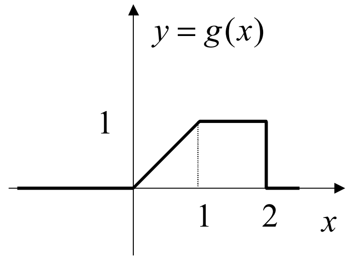
Domanda

Definire cosa si intende per processo armonico disegnandone le possibili realizzazioni.
Si discutano le caratteristiche statistiche di tale processo (i.e. valor medio, varianza, autocorrelazione, Spettro di Densità di Potenza, densità di probabilità, stazionarietà, ergodicità). Si dimostri come si ricava l'espressione della funzione di autocorrelazione.

Esame di Teoria dei Segnali – 05/12/03

Esercizio 1



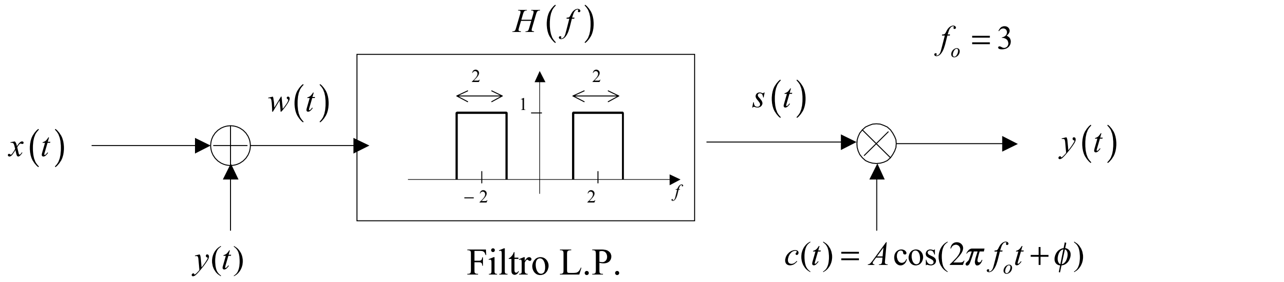


Dato il segnale x(t) rappresentato in figura che transita nel dispositivo la cui caratteristica ingresso-uscita istantanea y=g(x) è rappresentata in figura, calcolare (disegnandolo almeno qualitativamente) lo spettro di densità di potenza del segnale y(t)=g[x(t)] e la potenza della sua terza armonica.

Esercizio 2

Date una coppia di variabili aleatorie (X,Y) caratterizzate da una densità di probabilità congiunta costante ($f_{X,Y}(x,y) = K$) nella regione di piano $A(x,y) = \{(x,y) \in R^2 : x \geq 0\ ;\ 0 \leq y \leq 1 - x^2\}$ e nulla altrove, calcolare la probabilità che la variabile aleatoria Z=X+Y sia maggiore di 1/2.

Esercizio 3



Siano $x(t)$ ed $y(t)$ due processi Gaussiani (indipendenti dalla variabile aleatoria ϕ uniformemente distribuita in $[0, 2\pi]$) e caratterizzati da spettri di densità di potenza $S_{xx}(f) = S_{yy}(f) = 4\delta(f) + 8 rect_8(f)$ e da un coefficiente di correlazione $\rho_{xy}(\tau) = \mathrm{sinc}^2(4\pi\tau)/4$.

1) Calcolare la densità di probabilità del primo ordine del processo w(t).
2) Calcolare la funzione di autocorrelazione del processo w(t).
3) Calcolare e disegnare la densità di probabilità del processo $m(t) = segno[w(t)]$.
4) Calcolare e disegnare lo Spettro di Densità di Potenza del processo y(t)

Domanda 1

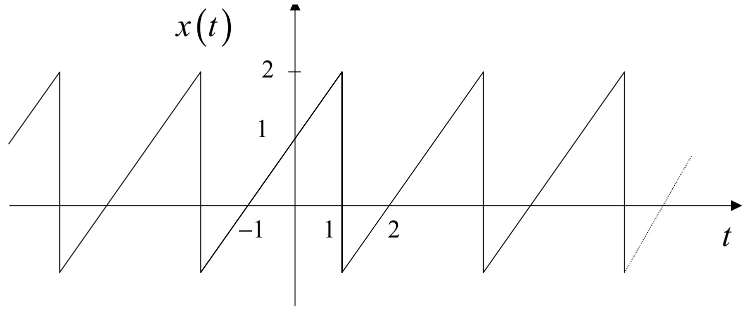
Si **ENUNCI** e si **DIMOSTRI** il "Teorema del Campionamento" per segnali di Energia con banda rigorosamente limitata, esplicitando la formula di ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni. Si evidenzi, analiticamente, che tipo di distorsione si introduce se invece si ricostruisce il segnale per semplice "tenuta" dei suoi campioni e come si può compensare tale distorsione.

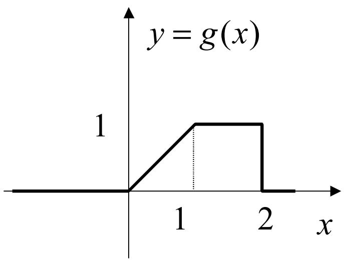
Domanda 2

Si descriva la metodologia con cui è possibile analizzare statisticamente la probabilità che un certo evento si verifichi (una o più volte) al ripetersi di un esperimento (o fenomeno aleatorio), evidenziando quali ipotesi stanno alla base della soluzione statistica proposta. Si forniscano inoltre possibili esempi di applicazione.

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali – 05/12/03

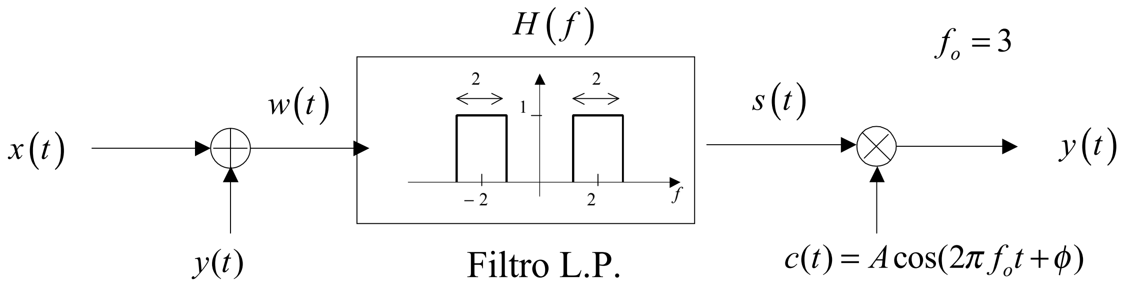
Esercizio 1





Dato il segnale x(t) rappresentato in figura che transita nel dispositivo la cui caratteristica ingresso-uscita istantanea y=g(x) è rappresentata in figura, calcolare (disegnandolo almeno qualitativamente) lo spettro di densità di potenza del segnale y(t)=g[x(t)] e la potenza della sua terza armonica.

Esercizio 2



Siano $x(t)$ ed $y(t)$ due processi Gaussiani (indipendenti dalla variabile aleatoria ϕ uniformemente distribuita in $[0,2\pi]$) e caratterizzati da spettri di densità di potenza $S_{xx}(f) = S_{yy}(f) = 4\delta(f) + 8rect_8(f)$ e da un coefficiente di correlazione $\rho_{xy}(\tau) = \text{sinc}^2(4\pi\tau)/4$.

1) Calcolare la densità di probabilità del primo ordine del processo w(t).
2) Calcolare la funzione di autocorrelazione del processo w(t).
3) Calcolare e disegnare lo Spettro di Densità di Potenza del processo y(t)

Domanda

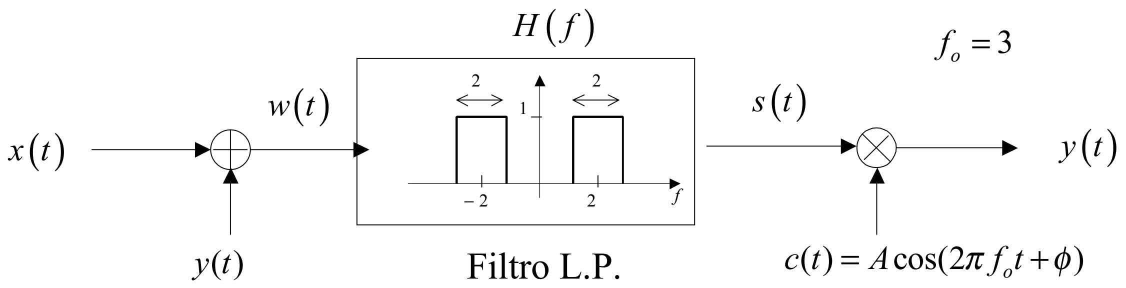
Si **ENUNCI** e si **DIMOSTRI** il "Teorema del Campionamento" per segnali di Energia con banda rigorosamente limitata, esplicitando la formula di ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni. Si evidenzi, analiticamente, che tipo di distorsione si introduce se invece si ricostruisce il segnale per semplice "tenuta" dei suoi campioni e come si può compensare tale distorsione.

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori – 05/12/03

Esercizio 1

Date una coppia di variabili aleatorie (X,Y) caratterizzate da una densità di probabilità congiunta costante ($f_{X,Y}(x,y)=K$) nella regione di piano $A(x,y)=\{(x,y)\in R^2 : x\geq 0 \; ; \; 0\leq y\leq 1-x^2\}$ e nulla altrove, calcolare la probabilità che la variabile aleatoria Z=X+Y sia maggiore di 1/2.

Esercizio 2



Siano $x(t)$ ed $y(t)$ due processi Gaussiani (indipendenti dalla variabile aleatoria ϕ uniformemente distribuita in $[0,2\pi]$) e caratterizzati da spettri di densità di potenza $S_{xx}(f)=S_{yy}(f)=4\delta(f)+8rect_8(f)$ e da un coefficiente di correlazione $\rho_{xy}(\tau)=\text{sinc}^2(4\pi\tau)/4$.

1) Calcolare la densità di probabilità del primo ordine del processo w(t).
2) Calcolare la funzione di autocorrelazione del processo w(t).
3) **(SOLO TFA)** Calcolare e disegnare la densità di probabilità del processo $m(t)=segno[w(t)]$.
3) **(TFA+EAS)** Calcolare e disegnare lo Spettro di Densità di Potenza del processo y(t)

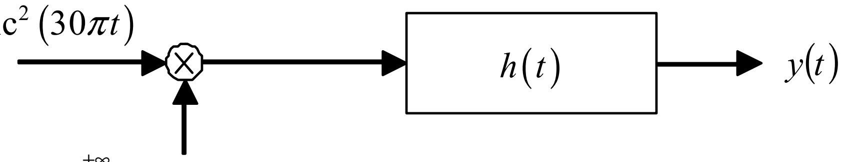
Domanda

Si descriva la metodologia con cui è possibile analizzare statisticamente la probabilità che un certo evento si verifichi (una o più volte) al ripetersi di un esperimento (o fenomeno aleatorio), evidenziando quali ipotesi stanno alla base della soluzione statistica proposta. Si forniscano inoltre possibili esempi di applicazione.

Esame di Teoria dei Segnali – 09/01/04

Esercizio 1

$x(t) = 90\,\mathrm{sinc}^2(30\pi t)$



$$c(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_c) \qquad h(t) = \left[40\,\mathrm{sinc}(20\pi t) - 10\,\mathrm{sinc}^2(10\pi t)\right]\cos(120\pi t)$$

Dato il sistema rappresentato in figura, dove $T_c = 1/40$, calcolare:

1) L'Energia del segnale y(t)
2) Le componenti analogiche di bassa frequenza di y(t) rispetto alla frequenza di 50 Hz.

Esercizio 2

Sia dato un canale dove vengono trasmessi in modo equi-probabile dei bit b_i $\{b_i \in \{0,1\}\}$, con una probabilità P_b che i bit ricevuti $\hat{b}_i$ siano errati pari a $P_b = P\{\hat{b}_i \neq b_i\} = 0.25$. Un sistema di comunicazione, che trasmette su tale canale, si avvale di un protocollo che prevede di trasmettere i bit in ingresso a pacchetti, utilizzando simboli s_i ciascuno contenente tre bit, cioè $s_i = \{b_{i1}, b_{i2}, b_{i3}\}$.

Si supponga:

- che il ricevitore sia in grado di rilevare quando il simbolo $r_i = \{\hat{b}_{i1}, \hat{b}_{i2}, \hat{b}_{i3}\}$ è ricevuto correttamente.
- che il protocollo preveda la ritrasmissione del simbolo ricevuto erroneamente fino ad un massimo di 2 volte (dopo di che il simbolo è comunque accettato dal ricevitore, indipendentemente dalla sua correttezza)

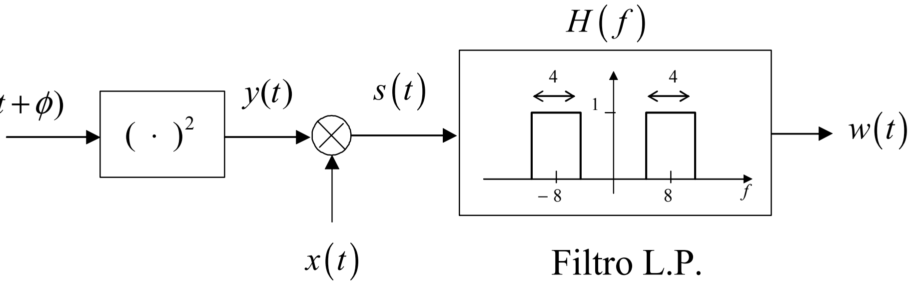
Si calcolino:

1) La probabilità di errata ricezione di un simbolo.
2) Il numero medio di volte che un simbolo è trasmesso.

Esercizio 3

$c(t) = A\cos(2\pi f_o t + \phi)$

$f_o = 8 \qquad A = 2$



Filtro L.P.

Sia $x(t)$ un processo Gaussiano (indipendente dalla variabile aleatoria ϕ unif. distribuita in $[0, 2\pi]$) e caratterizzato da uno spettro di densità di potenza $S_{xx}(f) = 4\delta(f) + tri_{10}(f)$

1) Calcolare la densità di probabilità del primo ordine del processo y(t).
2) Calcolare il valor medio del processo y(t)
3) Calcolare la funzione di autocorrelazione del processo s(t).
4) Calcolare la probabilità che s(t) sia maggiore di zero.
5) Calcolare la Potenza del processo y(t)

Domanda 1

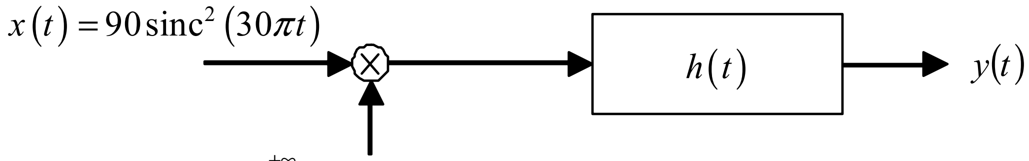
Definire la funzione di autocorrelazione per segnali di Energia, di Potenza e per segnali periodici. Se ne commenti il significato e se ne illustrino le proprietà. Si evidenzino inoltre le relazioni che legano le funzioni di correlazione dell'ingresso e dell'uscita di un sistema lineare e permanente.

Domanda 2

Dare la definizione di processo aleatorio e commentare le condizioni che caratterizzano un processo aleatorio stazionario in senso stretto ed in senso lato.

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali – 09/01/04

Esercizio 1

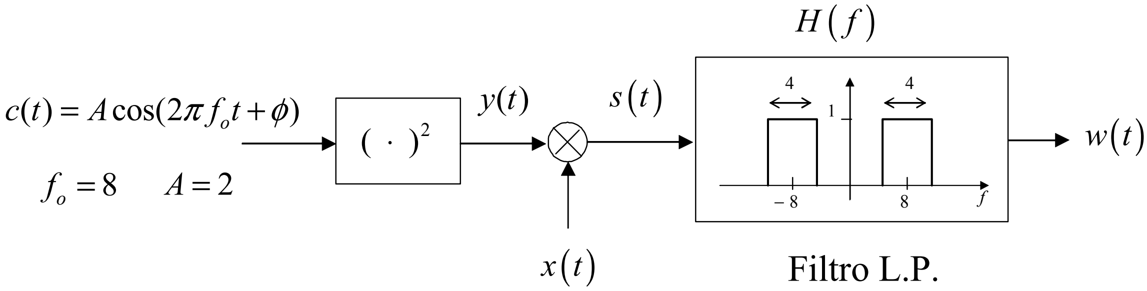


$$c(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_c) \qquad h(t) = \left[40\,\text{sinc}(20\pi t) - 10\,\text{sinc}^2(10\pi t)\right]\cos(120\pi t)$$

Dato il sistema rappresentato in figura, dove $T_c = 1/40$, calcolare:

1) L'Energia del segnale y(t)
2) Le componenti analogiche di bassa frequenza di y(t) rispetto alla frequenza di 50 Hz.

Esercizio 2



Sia $x(t)$ un processo Gaussiano (indipendente dalla variabile aleatoria ϕ unif. distribuita in $[0, 2\pi]$) e caratterizzato da uno spettro di densità di potenza $S_{xx}(f) = 4\delta(f) + tri_{10}(f)$.

1) Calcolare la densità di probabilità del primo ordine del processo y(t).
2) Calcolare il valor medio del processo y(t).
3) Calcolare la Potenza del processo y(t)

Domanda

Definire la funzione di autocorrelazione per segnali di Energia, di Potenza e per segnali periodici. Se ne commenti il significato e se ne illustrino le proprietà. Si evidenzino inoltre le relazioni che legano le funzioni di correlazione dell'ingresso e dell'uscita di un sistema lineare e permanente.

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori – 09/01/04

Esercizio 1

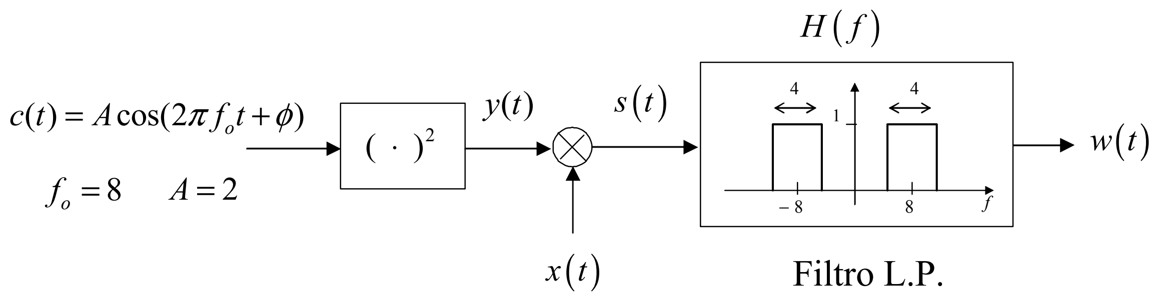
Sia dato un canale dove vengono trasmessi in modo equi-probabile dei bit b_i $\{b_i \in \{0,1\}\}$, con una probabilità P_b che i bit ricevuti $\hat{b}_i$ siano errati pari a $P_b = P\{\hat{b}_i \neq b_i\} = 0.25$. Un sistema di comunicazione, che trasmette su tale canale, si avvale di un protocollo che prevede di trasmettere i bit in ingresso a pacchetti, utilizzando simboli s_i ciascuno contenente tre bit, cioè $s_i = \{b_{i1}, b_{i2}, b_{i3}\}$.
Si supponga:

- che il ricevitore sia in grado di rilevare quando il simbolo $r_i = \{\hat{b}_{i1}, \hat{b}_{i2}, \hat{b}_{i3}\}$ è ricevuto correttamente.
- che il protocollo preveda la ritrasmissione del simbolo ricevuto erroneamente fino ad un massimo di 2 volte (dopo di che il simbolo è comunque accettato dal ricevitore, indipendentemente dalla sua correttezza)

Si calcolino:

1) La probabilità di errata ricezione di un simbolo.
2) Il numero medio di volte che un simbolo è trasmesso.

Esercizio 2



Sia $x(t)$ un processo Gaussiano (indipendente dalla variabile aleatoria ϕ unif. distribuita in $[0, 2\pi]$) e caratterizzato da uno spettro di densità di potenza $S_{xx}(f) = 4\delta(f) + tri_{10}(f)$.

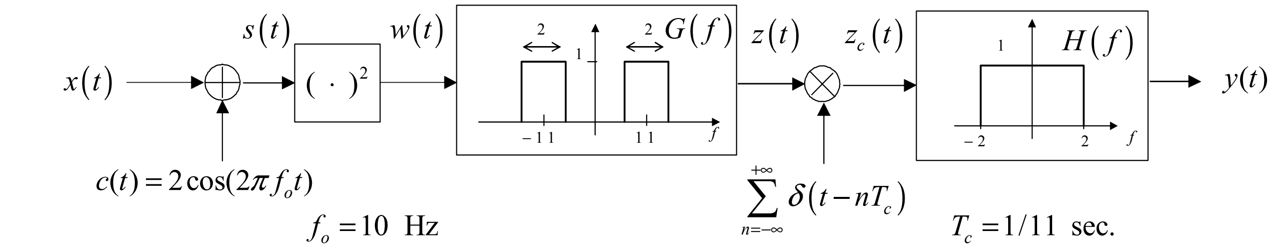
1) **(Tutti)** Calcolare la densità di probabilità del primo ordine del processo y(t).
2) **(Tutti)** Calcolare il valor medio del processo y(t)
3) **(Solo ESAME CONGIUNTO)** Calcolare la Potenza del processo y(t).
3) **(Solo TFA)** Calcolare la probabilità che s(t) sia maggiore di zero.
4) **(Solo TFA)** Calcolare la funzione di autocorrelazione del processo s(t).

Domanda

Dare la definizione di processo aleatorio e commentare le condizioni che caratterizzano un processo aleatorio stazionario in senso stretto ed in senso lato.

Esame di Teoria dei Segnali – 02/04/04

Esercizio 1



Dato il sistema rappresentato in figura, dove $X(f) = tri_2(f)$, calcolare l'andamento temporale e l'energia del segnale y(t).

Esercizio 2

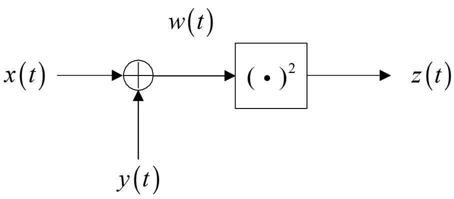
Un sistema di telecomunicazione trasmette dei simboli $s_i = \{b_{i1}, b_{i2}, b_{i3,} b_{i4}\}$ costituiti da 4 bits b_i $\left(b_i \in \{0,1\}, P\{b_i = 0\} = P\{b_i = 1\}\right)$, su un canale caratterizzato da una probabilità P_b che i bit ricevuti $\hat{b}_i$ siano errati pari a $P_b = P\{\hat{b}_i \neq b_i\} = 10^{-3}$. I primi 3 bits di ciascun simbolo rappresentano i dati di informazione, mentre il quarto bit è un bit di controllo introdotto per RIVELARE eventuali errori nel simbolo ricevuto $r_i = \{\hat{b}_{i1}, \hat{b}_{i2}, \hat{b}_{i3,} \hat{b}_{i4}\}$. Il bit di controllo è generato in trasmissione facendo la somma binaria (modulo 2) dei primi tre bits ($b_{i4} = b_{i1} \oplus b_{i2} \oplus b_{i3}$), che vale 0 oppure 1 a seconda che ci siano un numero pari oppure dispari di 1 nei primi 3 bits.

SI CALCOLI la probabilità di MANCATA RIVELAZIONE di errori nei primi tre bits.

Suggerimenti:

1) Si noti che trasmettere 1 o 0 è equiprobabile, così come è equiprobabile sbagliare un 1 con uno zero o viceversa.
2) Si sfrutti (consideri) il fatto che il 4° bit può essere ricevuto erroneamente.

Esercizio 3

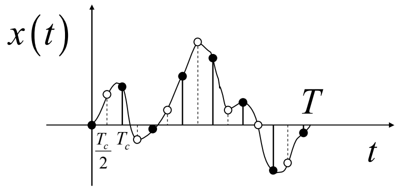


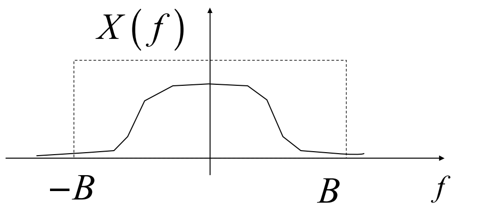
Siano $x(t)$ ed $y(t)$ due processi Gaussiani incorrelati e caratterizzati da spettri di densità di potenza:

$S_{xx}(f) = 2.5rect_2(f)$, $S_{yy}(f) = 4\delta(f) + 2rect_2(f)$.

1) Calcolare il valor medio del processo z(t).
2) Calcolare la densità di probabilità del processo z(t).
3) Calcolare la probabilità che z(t) > 25.
4) Calcolare lo spettro di densità di Potenza del processo z(t).

Domanda 1





Si supponga di avere un segnale x(t) a durata limitata T e banda "praticamente" limitata B (energia fuori banda trascurabile), ed un campionatore ideale con frequenza di campionamento Fc=1/2B.

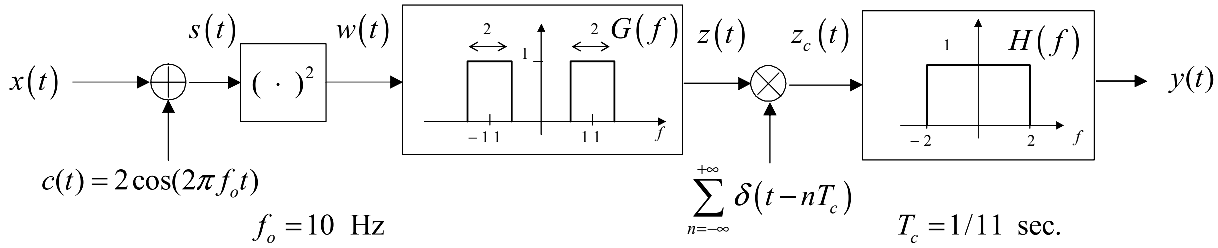
1) Si disegni e si giustifichi lo schema di campionamento e ricostruzione che il candidato utilizzerebbe per ricostruire x(t) a partire da campioni prelevati a multipli di Tc=1/Fc (pallini neri).
2) Si dica e si giustifichi se è possibile ottenere i campioni intermedi (pallini bianchi) senza ricorrere ad un campionatore che lavori a frequenza di campionamento doppia.

Domanda 2

Si definisca la varianza di una variabile aleatoria X (qualunque). Se ne spieghi il significato, giustificando la risposta nel modo più completo possibile sia da un punta di vista intuitivo, sia da un punto di vista grafico, sia da un punto di vista teorico. Si fornisca anche qualche esempio specifico.

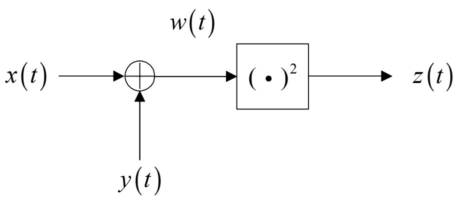
Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali – 02/04/04

Esercizio 1



Dato il sistema rappresentato in figura, dove $X(f) = tri_2(f)$, calcolare l'andamento temporale e l'energia del segnale y(t).

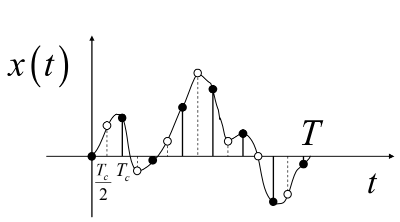
Esercizio 2

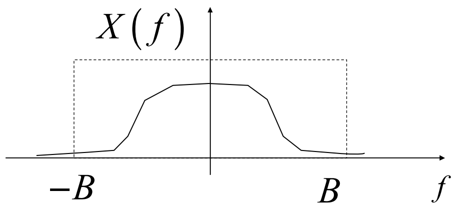


Siano $x(t)$ ed $y(t)$ due processi Gaussiani incorrelati e caratterizzati da spettri di densità di potenza:
$S_{xx}(f) = 2.5rect_2(f)$, $S_{yy}(f) = 4\delta(f) + 2rect_2(f)$.

1) Calcolare il valor medio del processo z(t).
2) Calcolare la densità di probabilità del processo z(t).
3) Calcolare lo spettro di densità di Potenza del processo z(t).

Domanda





Si supponga di avere un segnale x(t) a durata limitata T e banda "praticamente" limitata B (energia fuori banda trascurabile), ed un campionatore ideale con frequenza di campionamento Fc=1/2B.

1) Si disegni e si giustifichi lo schema di campionamento e ricostruzione che il candidato utilizzerebbe per ricostruire x(t) a partire da campioni prelevati a multipli di Tc=1/Fc (pallini neri).

2) Si dica e si giustifichi se è possibile ottenere i campioni intermedi (pallini bianchi) senza ricorrere ad un campionatore che lavori a frequenza di campionamento doppia.

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori – 02/04/04

Esercizio 1

Un sistema di telecomunicazione trasmette dei simboli $s_i = \{b_{i1}, b_{i2}, b_{i3,} b_{i4}\}$ costituiti da 4 bits b_i $\left(b_i \in \{0,1\}, P\{b_i = 0\} = P\{b_i = 1\}\right)$, su un canale caratterizzato da una probabilità P_b che i bit ricevuti $\hat{b}_i$ siano errati pari a $P_b = P\left\{\hat{b}_i \neq b_i\right\} = 10^{-3}$. I primi 3 bits di ciascun simbolo rappresentano i dati di informazione, mentre il quarto bit è un bit di controllo introdotto per RIVELARE eventuali errori nel simbolo ricevuto $r_i = \left\{\hat{b}_{i1}, \hat{b}_{i2}, \hat{b}_{i3,} \hat{b}_{i4}\right\}$. Il bit di controllo è generato in trasmissione facendo la somma binaria (modulo 2) dei primi tre bits ($b_{i4} = b_{i1} \oplus b_{i2} \oplus b_{i3}$), che vale 0 oppure 1 a seconda che ci siano un numero pari oppure dispari di 1 nei primi 3 bits.

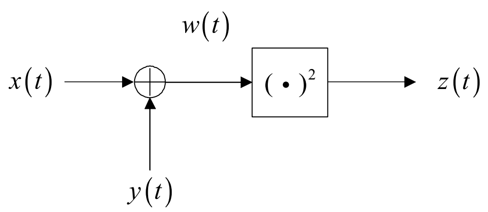
SI CALCOLI la probabilità di MANCATA RIVELAZIONE di errori nei primi tre bits.

Suggerimenti:

1) Si noti che trasmettere 1 o 0 è equiprobabile, così come è equiprobabile sbagliare un 1 con uno zero o viceversa.

2) Si sfrutti (consideri) il fatto che il 4° bit può essere ricevuto erroneamente.

Esercizio 2



Siano $x(t)$ ed $y(t)$ due processi Gaussiani incorrelati e caratterizzati da spettri di densità di potenza:
$S_{xx}(f) = 2.5 rect_2(f)$, $S_{yy}(f) = 4\delta(f) + 2 rect_2(f)$.

1) Calcolare il valor medio del processo z(t).
2) Calcolare la densità di probabilità del processo z(t).
3) **(SOLO TFA)** Calcolare la probabilità che z(t) > 25.
3) **(ESAME CONGIUNTO)** Calcolare lo spettro di densità di Potenza del processo z(t).

Domanda

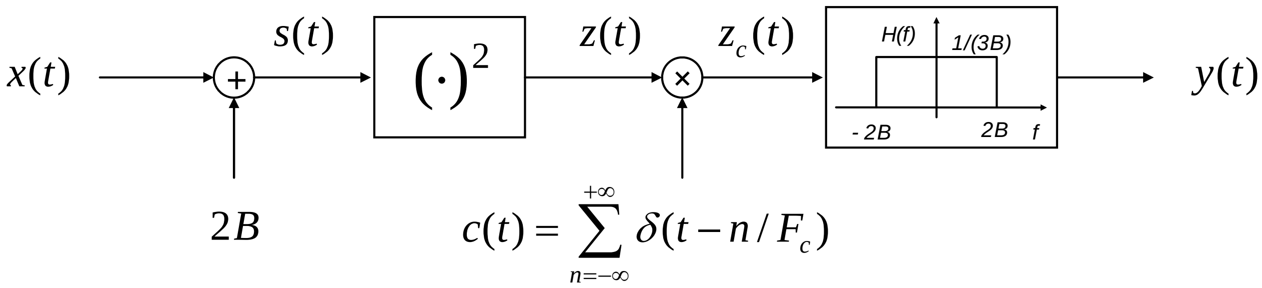
Si definisca la varianza di una variabile aleatoria X (qualunque). Se ne spieghi il significato, giustificando la risposta nel modo più completo possibile sia da un punta di vista intuitivo, sia da un punto di vista grafico, sia da un punto di vista teorico. Si fornisca anche qualche esempio specifico.

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali

Prova scritta del 28/06/04

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

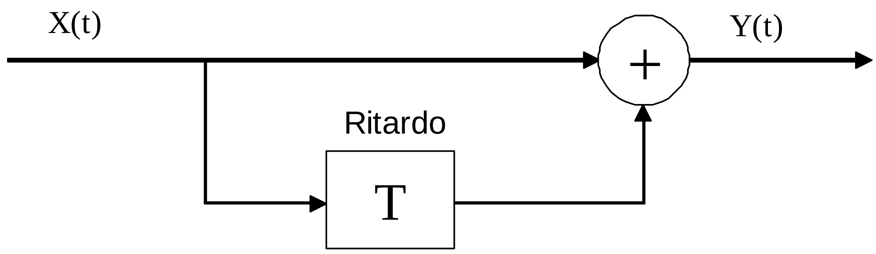


Dato il segnale $x(t) = 2B\,\mathrm{sinc}(2\pi Bt)$ in ingresso al sistema in figura, ed $F_c = 3B$, calcolare:

- l'andamento temporale e l'Energia del segnale in uscita $y(t)$

Es ercizio 2

Un processo aleatorio gaussiano X(t), avente funzione di autocorrelazione $R_{XX}(\tau) = 4\exp(-|\tau|)$, transita attraverso il sistema in figura



- Calcolare lo spettro di densità di potenza del processo aleatorio Y(t).
- Calcolare la densità di probabilità congiunta dei processi X(t) ed Y(t)

Domanda 1

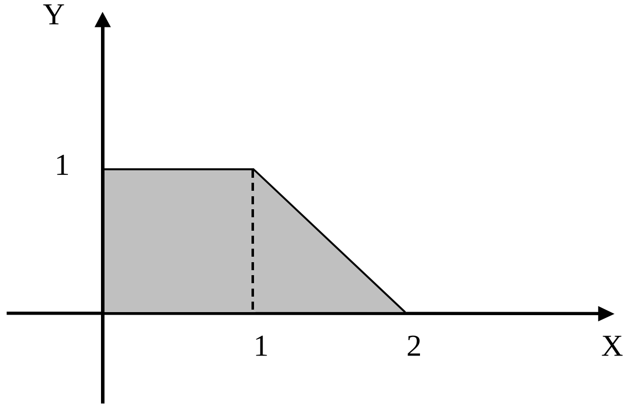
Si fornisca la definizione di LINEARITA' e PERMANENZA di un dispositivo. Si DIMOSTRI la relazione che lega l'ingresso all'uscita di un dispositivo lineare e permanente, se ne COMMENTI il significato EVIDENZIANDONE l'utilità (importanza) nella elaborazione dei segnali analogici.

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori

Prova scritta del 28/06/04

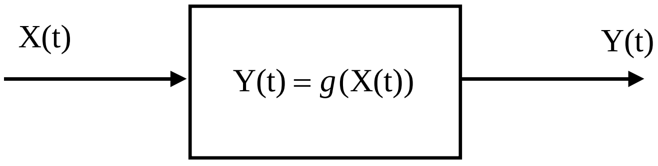
Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1
Si consideri la coppia di variabili aleatorie (X,Y) caratterizzate da una densità di probabilità congiunta pari a K all'interno del trapezio in figura, e nulla all'esterno del trapezio.



- Calcolare il valore di K.
- Calcolare le funzioni di densità di probabilità condizionata $f_{X|Y}(x,y)$ e $f_{Y|X}(x,y)$.
- Stabilire se le variabili aleatorie X e Y sono indipendenti.

Esercizio 2
Un processo aleatorio gaussiano X(t), avente funzione di autocorrelazione $R_{XX}(\tau) = 4\exp(-|\tau|)$, transita attraverso un sistema istantaneo caratterizzato dalla seguente relazione ingresso-uscita:



con $y = g(x) = \begin{cases} 2 & x > 0, \\ x^2 & \text{altrove.} \end{cases}$

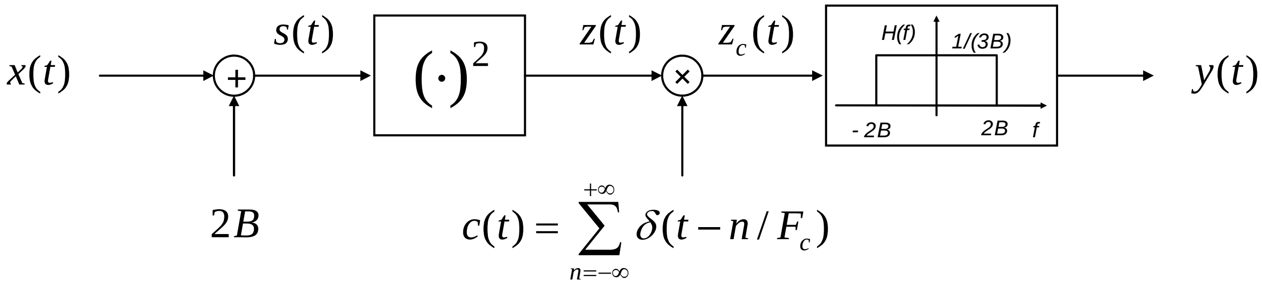
- Discutere la stazionarietà dei processi aleatori X(t) e Y(t).
- Calcolare la gerarchia del primo ordine del processo aleatorio Y(t).
- Calcolare il valor medio del processo Y(t)

Domanda 2
Si descriva la metodologia con cui è possibile analizzare statisticamente la probabilità che un certo evento si verifichi (una o più volte) al ripetersi di un esperimento, evidenziando quali IPOTESI stanno alla base della soluzione statistica proposta.

Esame di Teoria dei Segnali - Prova scritta del 28/06/04

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

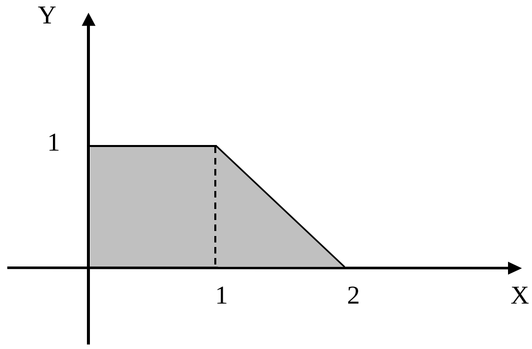


Dato il segnale $x(t) = 2B\,\text{sinc}(2\pi Bt)$ in ingresso al sistema in figura, ed $F_c = 3B$, calcolare:

- l'andamento temporale e l'Energia del segnale in uscita $y(t)$

Esercizio 2

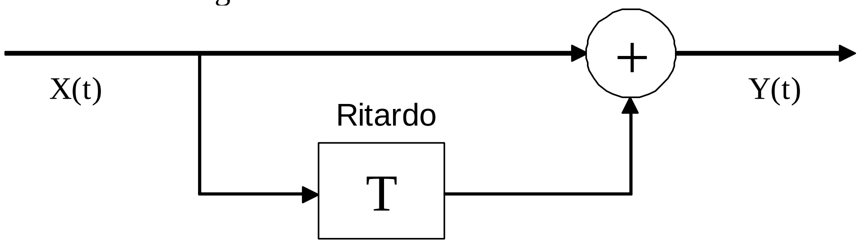
Si consideri la coppia di variabili aleatorie (X,Y) caratterizzate da una densità di probabilità congiunta pari a K all'interno del trapezio in figura, e nulla all'esterno del trapezio.



- Calcolare il valore di K.
- Calcolare le funzioni di densità di probabilità condizionata $f_{X|Y}(x,y)$ e $f_{Y|X}(x,y)$.
- Stabilire se le variabili aleatorie X e Y sono indipendenti.

Es ercizio 3

Un processo aleatorio gaussiano X(t), avente funzione di autocorrelazione $R_{XX}(\tau) = 4\exp(-|\tau|)$, transita attraverso il sistema in figura



- Calcolare lo spettro di densità di potenza del processo aleatorio Y(t).
- Calcolare la densità di probabilità congiunta dei processi X(t) ed Y(t)

Domanda 1

Si fornisca la definizione di LINEARITA' e PERMANENZA di un dispositivo. Si DIMOSTRI la relazione che lega l'ingresso all'uscita di un dispositivo lineare e permanente, se ne COMMENTI il significato EVIDENZIANDONE l'utilità (importanza) nella elaborazione dei segnali analogici.

Domanda 2

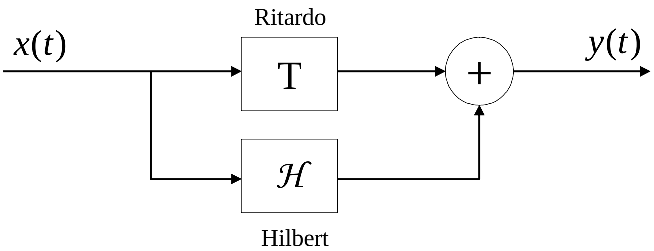
Si descriva la metodologia con cui è possibile analizzare statisticamente la probabilità che un certo evento si verifichi (una o più volte) al ripetersi di un esperimento, evidenziando quali IPOTESI stanno alla base della soluzione statistica proposta.

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali

Prova scritta del 06/09/04

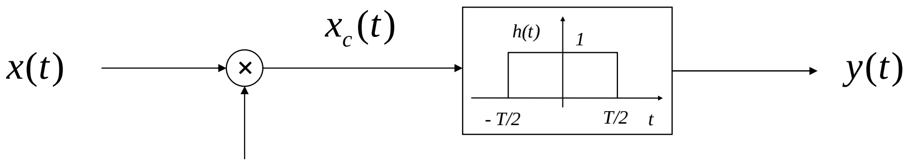
Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1



Dato il sistema in figura, se ne determini la Funzione di Trasferimento e se ne rappresenti il Modulo. Si determini inoltre l'andamento temporale e l'Energia dell'uscita $y(t)$, quando l'ingresso è pari a $x(t) = \frac{1}{T}\sin c\left(\frac{\pi}{2T}t\right)\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$

Es ercizio 2



$$c(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT - \theta)$$

Sia $x(t)$ un processo aleatorio con spettro di densità di potenza $S_{xx}(f) = 2T\,\mathrm{sinc}^2(2\pi Tf)$ in ingresso al sistema in figura, e θ una variabile aleatoria uniformemente distribuita in [0,T].
Calcolare valor medio e spettro di densità di potenza del processo di uscita $y(t)$.

Domanda 1
Si illustri la relazione tra l'autocorrellazione di uscita e quella di ingresso per segnali determinati che transitano in sistemi lineari e permanenti. Se ne COMMENTI il significato EVIDENZIANDONE l'utilità (importanza) nella elaborazione dei segnali analogici e la si DIMOSTRI per segnali di Energia.

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori

Prova scritta del 06/09/04

Candidato... Matr. ....

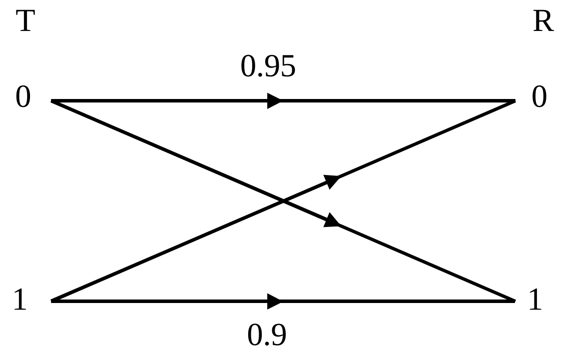
Esercizio 1

Si consideri la coppia di variabili aleatorie (X,Y), caratterizzata da una densità di probabilità congiunta pari a $f_{\mathrm{XY}}(x,y) = Ke^{-(2x+3y)}$ all'interno del primo quadrante del piano (x,y) e nulla all'esterno.

- Calcolare il valore di *K*.
- Calcolare la probabilità che la variabile aleatoria X sia maggiore di Y.
- Stabilire se le variabili aleatorie X e Y sono indipendenti.

Esercizio 2

Un sistema di comunicazione trasmette una sequenza di bit $\mathrm{T} \in \{0,1\}$ attraverso il canale rappresentato in figura. I bit trasmessi sono tra loro indipendenti, con $\Pr\{\mathrm{T}=0\} = 0.6$. Si assuma che 8 bit consecutivi formino una parola codificata.



- Calcolare la probabilità di errata ricezione di un singolo bit.
- Calcolare la probabilità di errata ricezione di una parola codificata. (Il ricevitore non e' in grado di recuperare alcun errore di bit)
- Calcolare la probabilità di errata ricezione di una parola codificata, supponendo invece che il ricevitore sia in grado di recuperare al massimo 2 bit errati per ogni parola codificata.

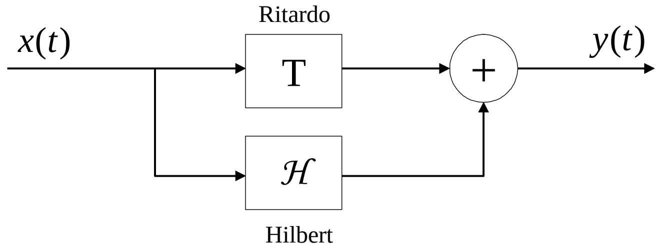
Domanda 1

Si dica cosa si intende per processo armonico. Se ne discuta inoltre in dettaglio la STAZIONARIETÀ. **(Nel rispondere alla domanda ci si avvalga di una adeguata rappresentazione grafica).**

Esame di Teoria dei Segnali - Prova scritta del 06/09/04

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1



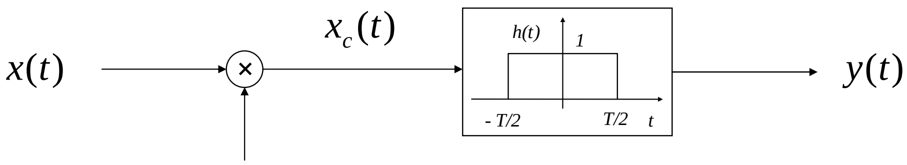
Dato il sistema in figura, se ne determini la Funzione di Trasferimento e se ne rappresenti il Modulo. Si determini inoltre l'andamento temporale e l'Energia dell'uscita $y(t)$, quando l'ingresso è pari a $x(t) = \frac{1}{T}\sin c\left(\frac{\pi}{2T}t\right)\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$

Es ercizio 2

Si consideri la coppia di variabili aleatorie (X,Y), caratterizzata da una densità di probabilità congiunta pari a $f_{XY}(x,y) = Ke^{-(2x+3y)}$ all'interno del primo quadrante del piano (x,y) e nulla all'esterno.

- Calcolare il valore di *K*.
- Calcolare la probabilità che la variabile aleatoria X sia maggiore di Y.
- Stabilire se le variabili aleatorie X e Y sono indipendenti.

Es ercizio 3



$$c(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT - \theta)$$

Sia $x(t)$ un processo aleatorio con spettro di densità di potenza $S_{xx}(f) = 2T\,\mathrm{sinc}^2(2\pi Tf)$ in ingresso al sistema in figura, e θ una variabile aleatoria uniformemente distribuita in [0,T].
Calcolare valor medio e spettro di densità di potenza del processo di uscita $y(t)$.

Domanda 1

Si illustri la relazione tra l'autocorrellazione di uscita e quella di ingresso per segnali determinati che transitano in sistemi lineari e permanenti. Se ne COMMENTI il significato EVIDENZIANDONE l'utilità (importanza) nella elaborazione dei segnali analogici e la si DIMOSTRI per segnali di Energia.

Domanda 2

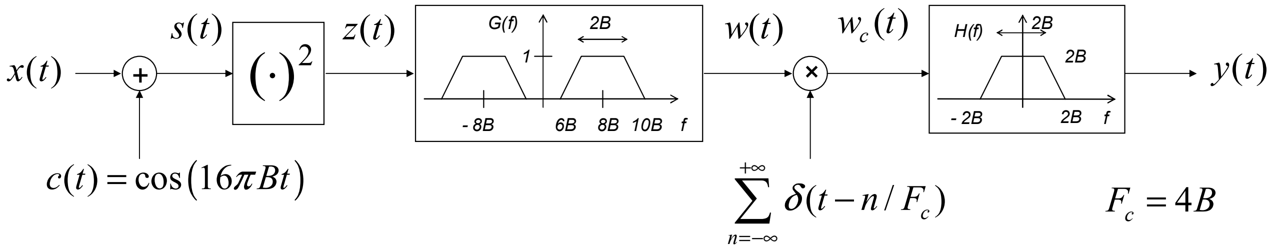
Si dica cosa si intende per processo armonico. Se ne discuta inoltre in dettaglio la STAZIONARIETÀ. **(Nel rispondere alla domanda ci si avvalga di una adeguata rappresentazione grafica)**

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali

Prova scritta del 20/09/04

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

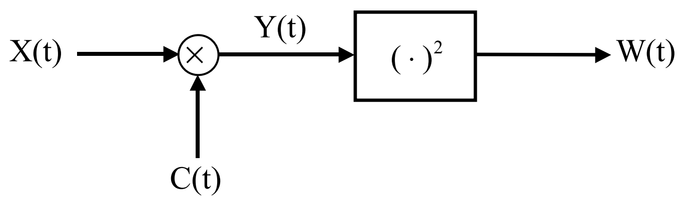


Dato il segnale $x(t) = 2B\,\mathrm{sinc}(2\pi Bt)$ in ingresso al sistema in figura, ed $F_c = 4B$, calcolare:

- lo Spettro del segnale $w(t)$.
- l'andamento temporale del segnale in uscita $y(t)$.

Es ercizio 2

Dato il processo aleatorio Gaussiano X(t), avente funzione di autocorrelazione $R_{XX}(\tau) = 4 + \mathrm{tri}_1(\tau)$, e il processo aleatorio $C(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \Phi)$, dove $A = 4$, $f_0 = 10$, e Φ è una variabile aleatoria uniformemente distribuita in $[0, 2\pi]$ indipendente da X(t), si consideri il sistema in figura.



- Calcolare il valor medio dei processi aleatori Y(t) e W(t).
- Calcolare la funzione di correlazione incrociata $R_{WX}(\tau)$.
- Per quali valori di τ le variabili aleatorie estratte dai processi W(t) e X(t) sono incorrelate ?

Domanda 1

Si fornisca la formula dello sviluppo in serie di Fourier per segnali periodici. Si dimostri l'espressione che lega i coefficienti di tale sviluppo al segnale periodico. Se ne commenti il significato e se ne illustrino le proprietà piu' importanti.

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori

Prova scritta del 20/09/04

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

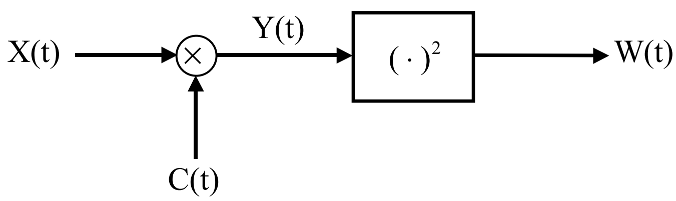
Data una variabile aleatoria X, caratterizzata da una densità di probabilità Gaussiana a valor medio nullo e varianza unitaria, si consideri il dispositivo istantaneo avente la relazione ingresso-uscita

$$y = g(x) = \begin{cases} 2x & x > 0 \\ 0 & -1 \le x \le 0 \\ 1 - x^2 & x < -1 \end{cases}$$

- Calcolare e graficare la funzione di densità di probabilità della variabile aleatoria Y.
- Calcolare la probabilità $\Pr\{0 \le \mathrm{Y} \le 2\}$.

Esercizio 2

Dato il processo aleatorio Gaussiano X(t), avente funzione di autocorrelazione $R_{\mathrm{XX}}(\tau) = 4 + \mathrm{tri}_1(\tau)$, e il processo aleatorio $\mathrm{C(t)} = A\cos(2\pi f_0 \mathrm{t} + \Phi)$, dove $A = 4$, $f_0 = 10$, e Φ è una variabile aleatoria uniformemente distribuita in $[0, 2\pi]$ indipendente da X(t), si consideri il sistema in figura.



- Calcolare il valor medio dei processi aleatori Y(t) e W(t).
- Calcolare la funzione di correlazione incrociata $R_{\mathrm{WX}}(\tau)$.
- Per quali valori di τ le variabili aleatorie estratte dai processi W(t) e X(t) sono incorrelate ?

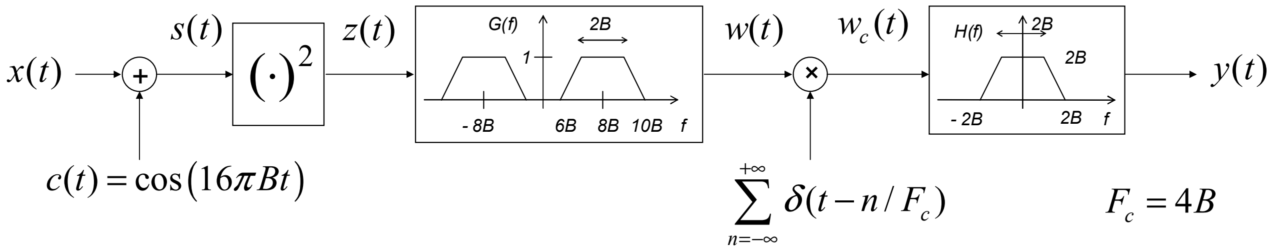
Domanda

Definire la funzione di densità di probabilità congiunta di due variabili aleatorie continue. Si descrivano inoltre le sue proprietà.

Esame di Teoria dei Segnali - Prova scritta del 20/09/04

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1



Dato il segnale $x(t) = 2B\,\text{sinc}(2\pi Bt)$ in ingresso al sistema in figura, ed $F_c = 4B$, calcolare:

- lo Spettro del segnale $w(t)$.
- l'andamento temporale del segnale in uscita $y(t)$.

Esercizio 2

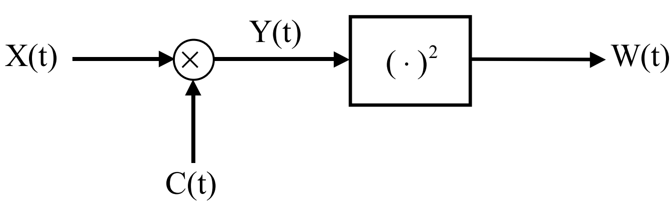
Data una variabile aleatoria X, caratterizzata da una densità di probabilità Gaussiana a valor medio nullo e varianza unitaria, si consideri il dispositivo istantaneo avente la relazione ingresso-uscita

$$y = g(x) = \begin{cases} 2x & x > 0 \\ 0 & -1 \le x \le 0 \\ 1 - x^2 & x < -1 \end{cases}$$

- Calcolare e graficare la funzione di densità di probabilità della variabile aleatoria Y.
- Calcolare la probabilità $\Pr\{0 \le \text{Y} \le 2\}$.

Es ercizio 3

Dato il processo aleatorio Gaussiano X(t), avente funzione di autocorrelazione $R_{\text{XX}}(\tau) = 4 + \text{tri}_1(\tau)$, e il processo aleatorio $\text{C(t)} = A\cos(2\pi f_0 \text{t} + \Phi)$, dove $A = 4$, $f_0 = 10$, e Φ è una variabile aleatoria uniformemente distribuita in $[0, 2\pi]$ indipendente da X(t), si consideri il sistema in figura.



- Calcolare il valor medio dei processi aleatori Y(t) e W(t).
- Calcolare la funzione di correlazione incrociata $R_{\text{WX}}(\tau)$.
- Per quali valori di τ le variabili aleatorie estratte dai processi W(t) e X(t) sono incorrelate ?

Domanda 1

Si fornisca la formula dello sviluppo in serie di Fourier per segnali periodici. Si dimostri l'espressione che lega i coefficienti di tale sviluppo al segnale periodico. Se ne commenti il significato e se ne illustrino le proprietà piu' importanti.

Domanda 2

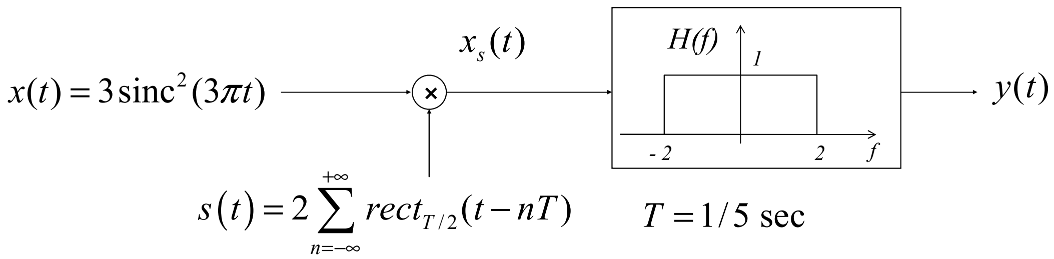
Definire la funzione di densità di probabilità congiunta di due variabili aleatorie continue. Si descrivano inoltre le sue proprietà.

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali

Prova scritta del 17/12/04

Candidato... Matr. ....

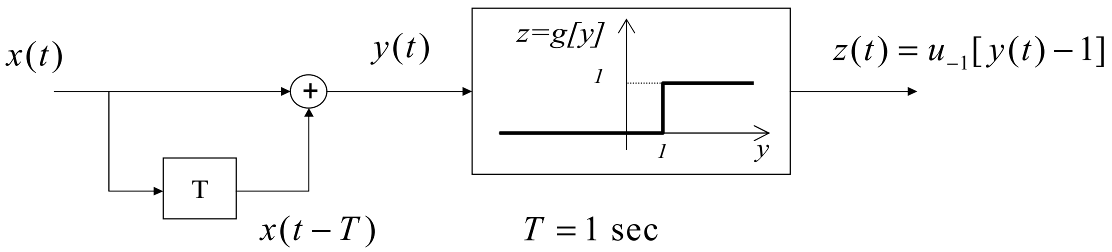
Esercizio 1



Dato lo schema in figura, calcolare:

1) l'andamento temporale del segnale in uscita $y(t)$;
2) l' Energia del segnale in uscita $y(t)$.

Esercizio 2



Dato lo schema in Figura dove $x(t)$ è un processo Gaussiano stazionario con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau) = 2\,\mathrm{sinc}(2\pi\tau)$

1) Calcolare e Disegnare lo spettro di densità di potenza del processo $y(t)$.
2) Calcolare e disegnare la densità di probabilità del processo $z(t)$.

Domanda

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori

Prova scritta del 17/12/04

Candidato... Matr. ....

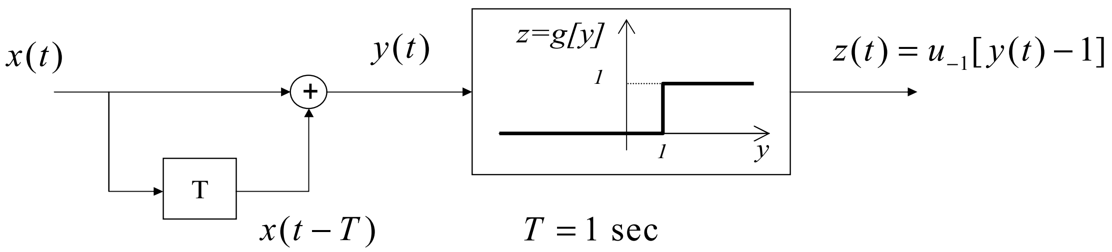
Esercizio 1

Data una coppia di variabili aleatorie (X, Y), caratterizzate da una densità di probabilità congiunta

$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases} K & , \quad x^2+y^2\le 9 \\ 0 & , \quad altrove \end{cases},$$

1) Calcolare la probabilità che $Y \le X$
2) Calcolare il valor medio della variabile aleatoria X.
3) Si risponda a **scelta ad una** delle seguenti domande.
   a. Calcolare e Disegnare la densità di probabilità della variabile aleatoria $Z = arctg(Y/X)$
   b. Calcolare e Disegnare la densità di probabilità di Y condizionata a X.

Esercizio 2



Dato lo schema in Figura dove $x(t)$ è un processo Gaussiano stazionario con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau) = 2\,\mathrm{sinc}(2\pi\tau)$

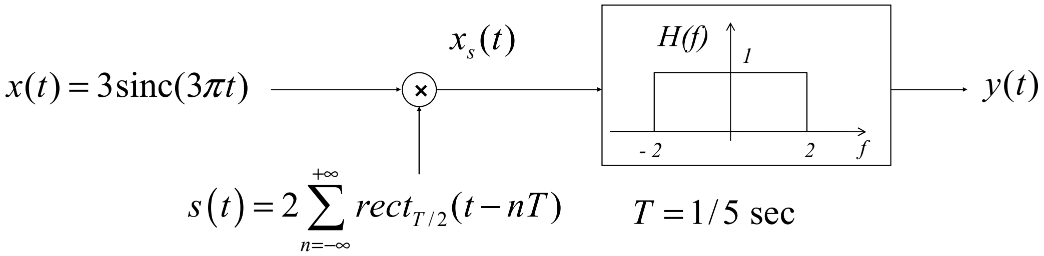
3) Calcolare e la funzione di autocorrelazione del processo $y(t)$.
4) Calcolare e disegnare la densità di probabilità del processo $z(t)$.

Domanda

Esame di Teoria dei Segnali - Prova scritta del 17/12/04

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1



Dato lo schema in figura, calcolare:

3) l'andamento temporale del segnale in uscita $y(t)$;

4) l' Energia del segnale in uscita $y(t)$.

Esercizio 2

Data una coppia di variabili aleatorie (X, Y), caratterizzate da una densità di probabilità congiunta

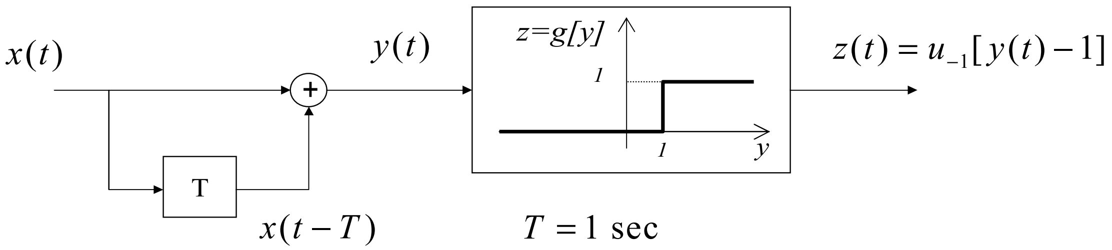
$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} K & , \quad x^2+y^2 \le 9 \\ 0 & , \quad altrove \end{cases},$$

4) Calcolare la probabilità che $Y \le X$

5) Calcolare il valor medio della variabile aleatoria X.

6) Si risponda a **scelta ad una** delle seguenti domande.
   a. Calcolare e Disegnare la densità di probabilità della variabile aleatoria $Z = arctg(Y/X)$
   b. Calcolare e Disegnare la densità di probabilità di Y condizionata a X.

Esercizio3



Dato lo schema in Figura dove $x(t)$ è un processo Gaussiano stazionario con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau) = 2\,\mathrm{sinc}(2\pi\tau)$

5) Calcolare e Disegnare lo spettro di densità di potenza del processo $y(t)$.

6) Calcolare e disegnare la densità di probabilità del processo $z(t)$.

Domanda 1

.

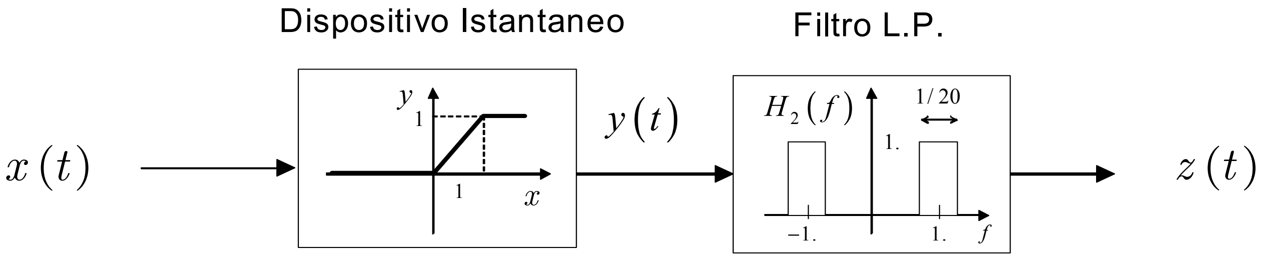
Domanda 2

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali

Prova scritta del 13/01/05

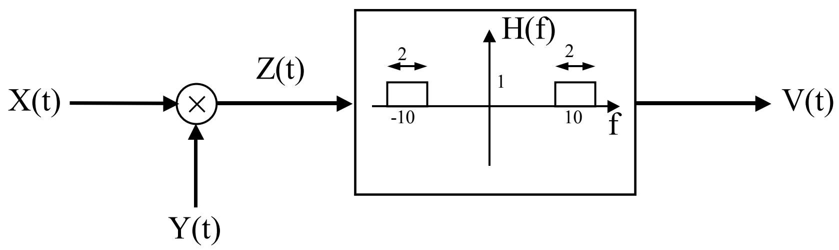
Candidato..   Matr. ....

Esercizio 1



Dato il sistema in figura, con $x(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(-1)^n\, 2tri_2(t-2-6n)$, calcolare la Potenza del segnale in uscita z(t).

Esercizio 2
Si consideri lo schema in figura, dove X(t) è un processo gaussiano stazionario con funzione di autocorrelazione $R_{XX}(\tau)=9+2\,\mathrm{sinc}^2(2\pi\tau)$ e $\mathrm{Y(t)}=1+2\cos(20\pi \mathrm{t}+\Phi)$, dove Φ è una variabile aleatoria uniformemente distribuita in $[0,2\pi]$ indipendente da X(t).



- Calcolare il valor medio del processo aleatorio Z(t).
- Calcolare la potenza del processo aleatorio Z(t).
- Calcolare lo spettro di densità di potenza del processo aleatorio Z(t).
- Calcolare la potenza del processo aleatorio V(t).

Domanda
Enunciare il Teorema del Campionamento. Dimostrarlo per segnali di Energia e commentarne il significato, mettendo anche in evidenza gli aspetti più critici nel progetto di un campionatore reale.

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori

Prova scritta del 13/01/05

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

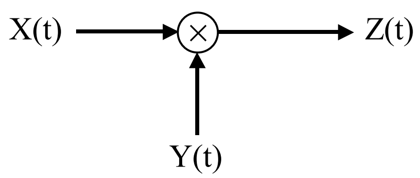
Un'azienda produttrice di componenti elettronici produce resistori difettosi con probabilità pari al 3%. L'azienda sottopone ciascun resistore ad un test di difettosità. Questo test risulta essere affidabile nel 95% dei casi, cioè

$$\text{Prob}\{\text{test positivo} \mid \text{resistore difettoso}\} = \text{Prob}\{\text{test negativo} \mid \text{resistore funzionante}\} = 0.95.$$

- Calcolare la probabilità che un resistore scelto a caso risulti positivo al test di difettosità.
- Calcolare la probabilità che un resistore positivo al test sia effettivamente difettoso.
- Calcolare la probabilità che un resistore scelto a caso sia contemporaneamente difettoso e positivo al test.

Esercizio 2

Si consideri lo schema in figura, dove X(t) è un processo gaussiano stazionario con funzione di autocorrelazione $R_{XX}(\tau) = 9 + 2\,\mathrm{sinc}^2(2\pi\tau)$ e $\mathrm{Y(t)} = 1 + 2\cos(20\pi \mathrm{t} + \Phi)$, dove Φ è una variabile aleatoria uniformemente distribuita in $[0, 2\pi]$ indipendente da X(t).



- Calcolare il valor medio del processo aleatorio Z(t).
- Calcolare la potenza del processo aleatorio Z(t).
- Calcolare la funzione di autocorrelazione del processo aleatorio Z(t).
- Calcolare la probabilità che Z(t) sia minore di X(t).

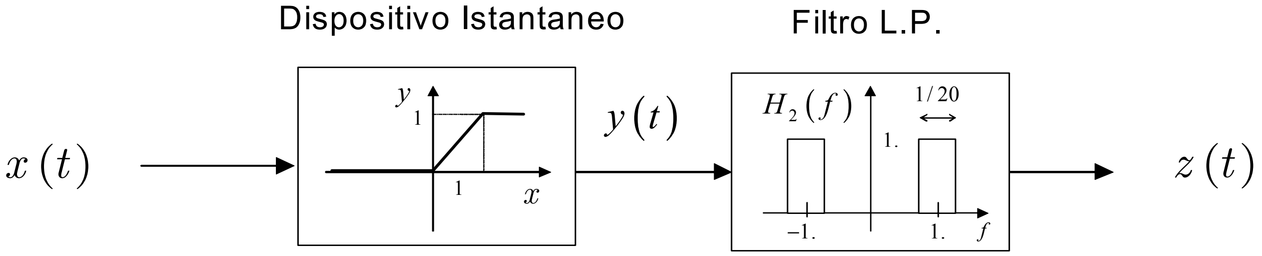
Domanda

Definire cosa si intende per variabili aleatorie indipendenti, incorrelate, e ortogonali. Illustrare e dimostrare quali relazioni sussistono tra i diversi concetti.

Esame di Teoria dei Segnali - Prova scritta del 13/01/05

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1



Dato il sistema in figura, con $x(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(-1)^n\, 2tri_2(t-2-6n)$, calcolare la Potenza del segnale in uscita z(t).

Esercizio 2

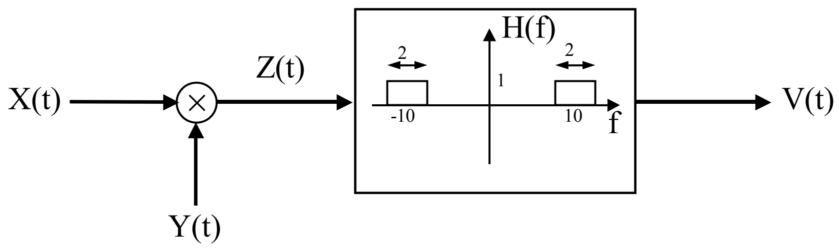
Un'azienda produttrice di componenti elettronici produce resistori difettosi con probabilità pari al 3%. L'azienda sottopone ciascun resistore ad un test di difettosità. Questo test risulta essere affidabile nel 95% dei casi, cioè

Prob{test positivo | resistore difettoso} = Prob{test negativo | resistore funzionante} = 0.95.

- Calcolare la probabilità che un resistore scelto a caso risulti positivo al test di difettosità.
- Calcolare la probabilità che un resistore positivo al test sia effettivamente difettoso.
- Calcolare la probabilità che un resistore scelto a caso sia contemporaneamente difettoso e positivo al test.

Esercizio 3

Si consideri lo schema in figura, dove X(t) è un processo gaussiano stazionario con funzione di autocorrelazione $R_{XX}(\tau)=9+2\,\mathrm{sinc}^2(2\pi\tau)$ e $\mathrm{Y(t)}=1+2\cos(20\pi \mathrm{t}+\Phi)$, dove Φ è una variabile aleatoria uniformemente distribuita in $[0,2\pi]$ indipendente da X(t).



- Calcolare il valor medio del processo aleatorio Z(t).
- Calcolare la potenza del processo aleatorio Z(t).
- Calcolare lo spettro di densità di potenza del processo aleatorio Z(t).
- Calcolare la probabilità che Z(t) sia minore di X(t).
- Calcolare la potenza del processo aleatorio V(t).

Domanda 1

Enunciare il Teorema del Campionamento. Dimostrarlo per segnali di Energia e commentarne il significato, mettendo anche in evidenza gli aspetti più critici nel progetto di un campionatore reale.

Domanda 2

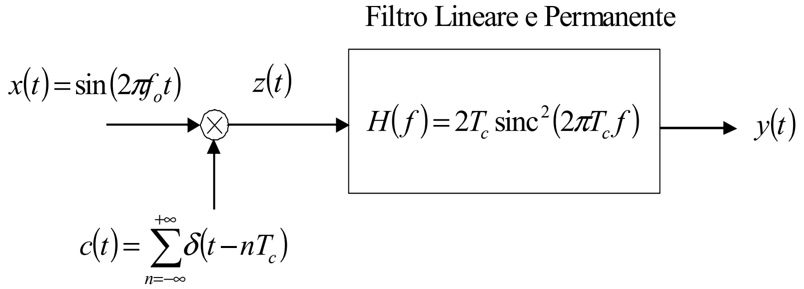
Definire cosa si intende per variabili aleatorie indipendenti, incorrelate, e ortogonali. Illustrare e dimostrare quali relazioni sussistono tra i diversi concetti.

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali

Prova scritta del 06/04/05

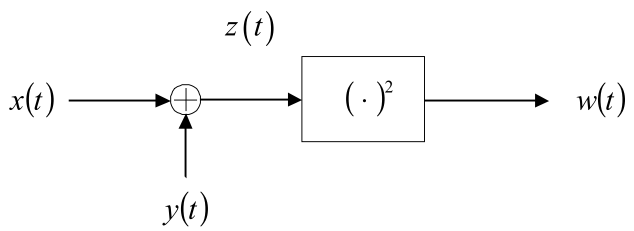
Candidato... Matr. ....

Esercizio 1



Calcolare e disegnare lo spettro $Y(f)$ del segnale in uscita $y(t)$ quando $f_o = 1/4T_c$.

Esercizio 2



Siano $x(t)$ ed $y(t)$ due processi Gaussiani indipendenti, con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau)=2e^{-|\tau|}$ e $R_{yy}(\tau)=e^{-2|\tau|}$.

1) Calcolare il valor medio del processo z(t).
2) Determinare la densità di probabilità del processo z(t).
3) Calcolare lo Spettro di Densità di Potenza del processo w(t).
4) Determinare la probabilità che w(t) > 1. **(ESAME CONGIUNTO)**

Domanda

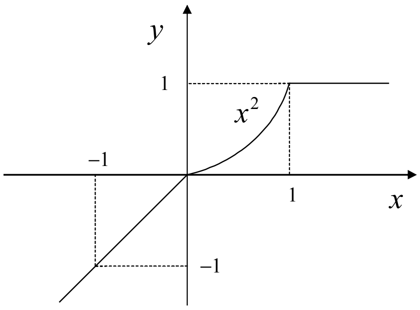
Esprimere lo sviluppo in serie di Fourier per segnali periodici, evidenziando le proprietà di simmetria dei coefficienti dello sviluppo in serie per segnali reali, reali pari e reali dispari.

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori

Prova scritta del 06/04/05

Candidato...   Matr. ....

Esercizio 1

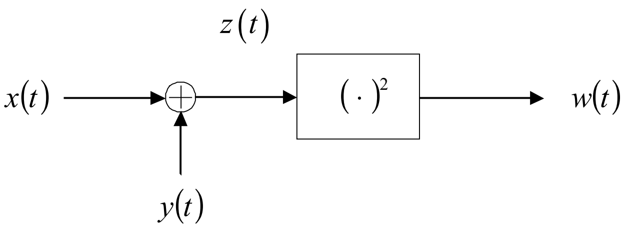


In base allo schema riportato in figura, determinare e graficare la densità di probabilità con cui è descritta la variabile aleatoria in uscita Y, quando la variabile aleatoria X in ingresso al dispositivo non lineare è Gaussiana con densità di probabilità

$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(x-1)^2/2}$.

Calcolare inoltre la probabilità che y sia compresa tra –1/4 ed 1/4.

Esercizio 2



Siano $x(t)$ ed $y(t)$ due processi Gaussiani indipendenti, con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau) = 2e^{-|\tau|}$ e $R_{yy}(\tau) = e^{-2|\tau|}$.

1) Calcolare il valor medio del processo z(t).
2) Determinare la densità di probabilità del processo z(t).
3) Determinare la probabilità che w(t) > 1.

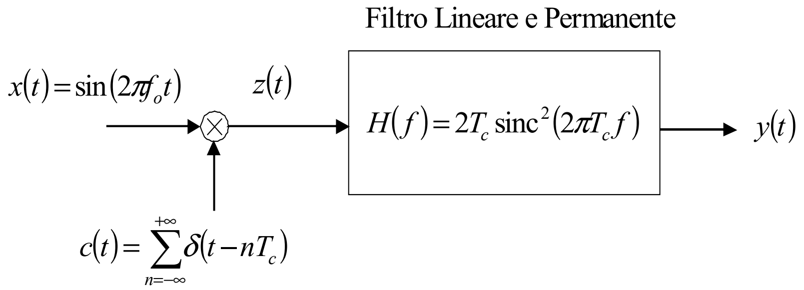
Domanda

Descrivere il fenomeno delle prove ripetute dal punto di vista probabilistico. In particolare, si spieghi come si calcola la probabilità che un dato esperimento abbia successo più di 3 volte su 10 ripetizioni.

Esame di Teoria dei Segnali - Prova scritta del 06/04/05

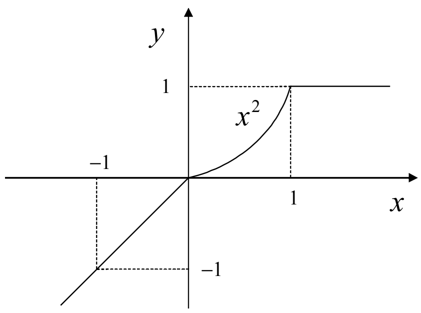
Candidato...   Matr. ....

Esercizio 1



Calcolare e disegnare lo spettro $Y(f)$ del segnale in uscita $y(t)$ quando $f_o=1/4T_c$.

Esercizio 2

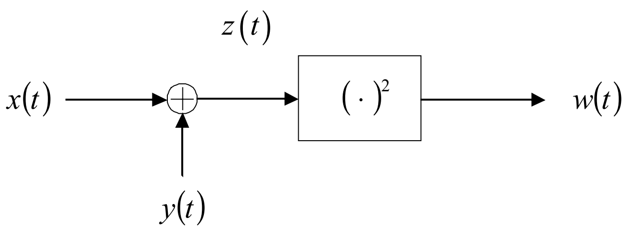


In base allo schema riportato in figura, determinare e graficare la densità di probabilità con cui è descritta la variabile aleatoria in uscita Y, quando la variabile aleatoria X in ingresso al dispositivo non lineare è Gaussiana con densità di probabilità

$$f_X(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-(x-1)^2/2}.$$

Calcolare inoltre la probabilità che y sia compresa tra –1/4 ed 1/4.

Esercizio 3



Siano $x(t)$ ed $y(t)$ due processi Gaussiani indipendenti, con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau)=2e^{-|\tau|}$ e $R_{yy}(\tau)=e^{-2|\tau|}$.

1) Calcolare il valor medio del processo z(t).
2) Determinare la densità di probabilità del processo z(t).
3) Calcolare lo Spettro di Densità di Potenza del processo w(t).
4) Determinare la probabilità che w(t) > 1.

Domanda 1

Esprimere lo sviluppo in serie di Fourier per segnali periodici, evidenziando le proprietà di simmetria dei coefficienti dello sviluppo in serie per segnali reali, reali pari e reali dispari.

Domanda 2

Descrivere il fenomeno delle prove ripetute dal punto di vista probabilistico. In particolare, si spieghi come si calcola la probabilità che un dato esperimento abbia successo più di 3 volte su 10 ripetizioni.

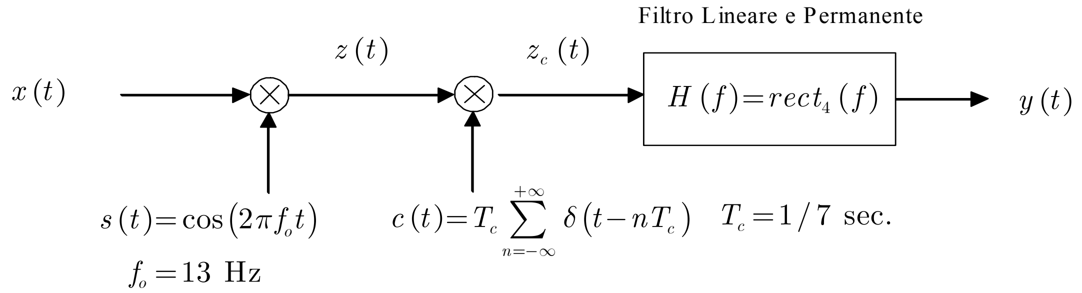
Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali

Prova scritta del 30/06/05

Candidato.. Matr. ....

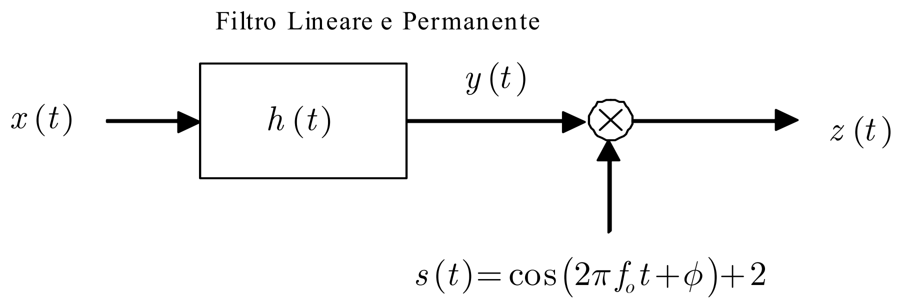
Esercizio 1

$x(t) = [1 + 16\,\text{sinc}(4\pi t) - 8\,\text{sinc}^2(2\pi t)]$



1) Calcolare il valor medio del segnale in uscita $y(t)$.
2) Calcolare Energia e Potenza del segnale $y(t)$ nella banda di frequenze $\pm\,[1.5\ ,\ 2]$ Hz .

Esercizio 2



Sia $x(t)$ un processo Gaussiano con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau) = 4 + N_0\delta(\tau)$, indipendente dalla variabile aleatoria ϕ uniformemente distribuita in $[0, 2\pi]$, e la funzione di trasferimento del filtro in figura pari a $H(f) = \sqrt{tri_B(f)}$, con $2B < f_o$.

1) Calcolare la densità di probabilità del processo $y(t)$.
2) Calcolare la probabilità che $z(t) > 0$ se $s(t) > 2$.
3) Calcolare e **Disegnare** lo Spettro di Densità di Potenza del processo $z(t)$.

Domanda

Esprimere qual è il legame tra ingresso ed uscita di un dispositivo lineare e permanente (LP), commentandone il significato. Inoltre

1) In base alla precedente risposta si chiarisca perché sistemi LP e CAUSALI, sono in generale dei sistemi con MEMORIA.
2) Si illustri e si giustifichi quali sono i segnali "autofunzioni" di un sistema LP, (cioè quei segnali che escono inalterati da un sistema LP a meno di un coefficiente moltiplicativo)

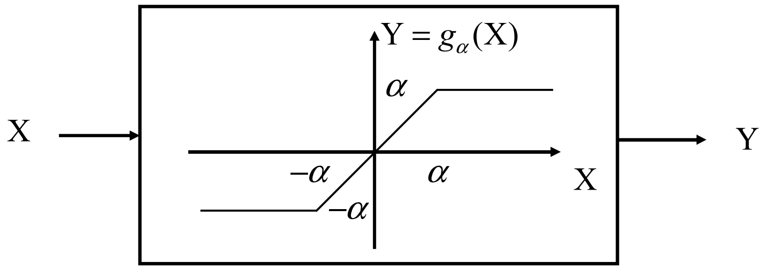
Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori

Prova scritta del 30/06/05

Candidato...   Matr. ....

Esercizio 1

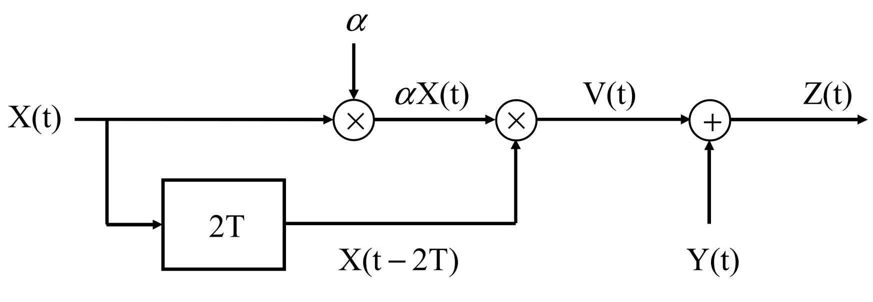
La variabile aleatoria X, caratterizzata da una densità di probabilità di Rayleigh $f_X(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} u_{-1}(x)$, subisce la trasformazione non lineare $Y = g_\alpha(X)$ disegnata in figura.



- Calcolare e graficare la funzione di densità di probabilità della variabile aleatoria Y.
- Calcolare il valor medio di Y. Graficare il risultato ottenuto al variare di $\alpha \in [0,+\infty[$.

Esercizio 2

Dato il processo aleatorio gaussiano X(t), avente funzione di autocorrelazione $R_{XX}(\tau) = 3e^{-|\tau|}$, e il processo aleatorio $Y(t) = 2\cos(40\pi t + \Phi) + 3$, dove Φ è una variabile aleatoria uniformemente distribuita in $[0, 2\pi]$ indipendente da X(t), si consideri il sistema in figura con T = 1 sec. e $\alpha = 1/2$.



- Calcolare il valor medio del processo aleatorio Z(t).
- Calcolare la funzione di autocorrelazione del processo Z(t). Discutere la stazionarietà di Z(t).
- I processi aleatori Y(t) e Z(t) sono incorrelati?

Domanda

Si consideri una variabile aleatoria gaussiana X, avente valor medio m_X e varianza σ_X^2. Individuare la trasformazione $Y = g(X)$ tale che la variabile aleatoria Y sia gaussiana con valor medio m_Y e varianza σ_Y^2. Commentare il risultato ottenuto utilizzando argomentazioni di tipo teorico.

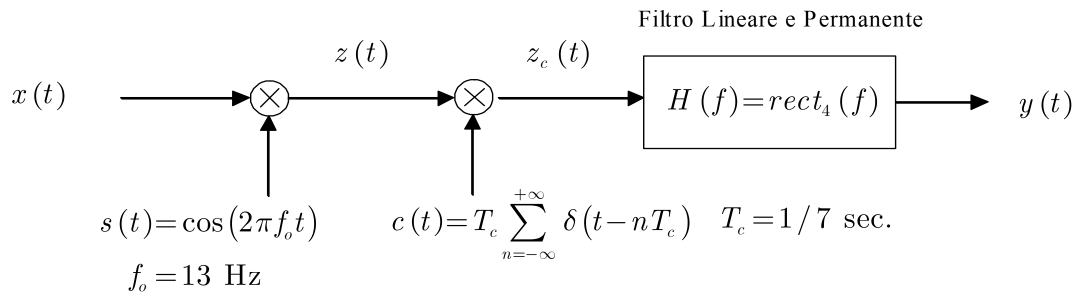
Esame CONGIUNTO EAS-TFA (1ª parte)

Prova scritta del 30/06/05

Candidato... Matr. ....

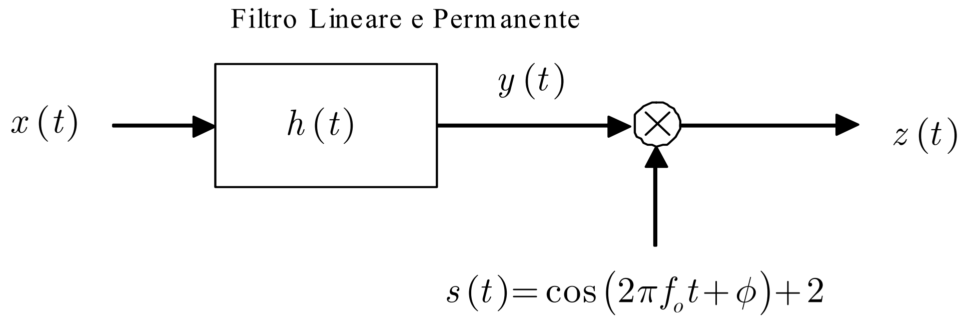
Esercizio 1

$x(t) = [1 + 16\,\mathrm{sinc}(4\pi t) - 8\,\mathrm{sinc}^2(2\pi t)]$



1) Calcolare il valor medio del segnale in uscita $y(t)$.
2) Calcolare Energia e Potenza del segnale $y(t)$ nella banda di frequenze $\pm\,[1.5\ ,\ 2]$ Hz .

Esercizio 2



Sia $x(t)$ un processo Gaussiano con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau) = 4 + N_0\delta(\tau)$, indipendente dalla variabile aleatoria ϕ uniformemente distribuita in $[0, 2\pi]$, e la funzione di trasferimento del filtro in figura pari a $H(f) = \sqrt{tri_B(f)}$, con $2B < f_o$.

1) Calcolare la densità di probabilità del processo $y(t)$.
2) Calcolare la probabilità che $z(t) > 0$ se $s(t) > 2$.
3) Calcolare e **Disegnare** lo Spettro di Densità di Potenza del processo $z(t)$.

Domanda

Esprimere qual è il legame tra ingresso ed uscita di un dispositivo lineare e permanente (LP), commentandone il significato. Inoltre

3) In base alla precedente risposta si chiarisca perché sistemi LP e CAUSALI, sono in generale dei sistemi con MEMORIA.
4) Si illustri e si giustifichi quali sono i segnali "autofunzioni" di un sistema LP, (cioè quei segnali che escono inalterati da un sistema LP a meno di un coefficiente moltiplicativo).

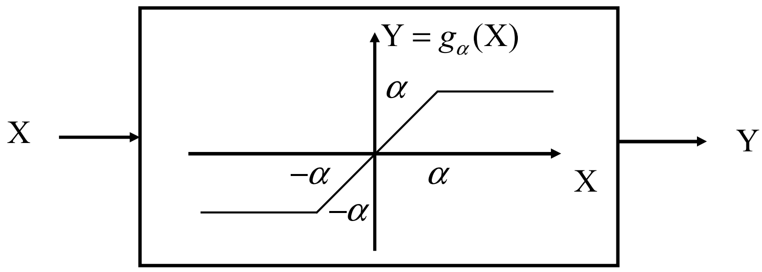
Esame CONGIUNTO EAS-TFA (2ª parte)

Prova scritta del 30/06/05

Candidato.. Matr. ....

Esercizio

La variabile aleatoria X, caratterizzata da una densità di probabilità di Rayleigh $f_X(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} u_{-1}(x)$, subisce la trasformazione non lineare $Y = g_\alpha(X)$ disegnata in figura.



- Calcolare e graficare la funzione di densità di probabilità della variabile aleatoria Y.
- Calcolare il valor medio di Y. Graficare il risultato ottenuto al variare di $\alpha \in [0,+\infty[$.

Domanda

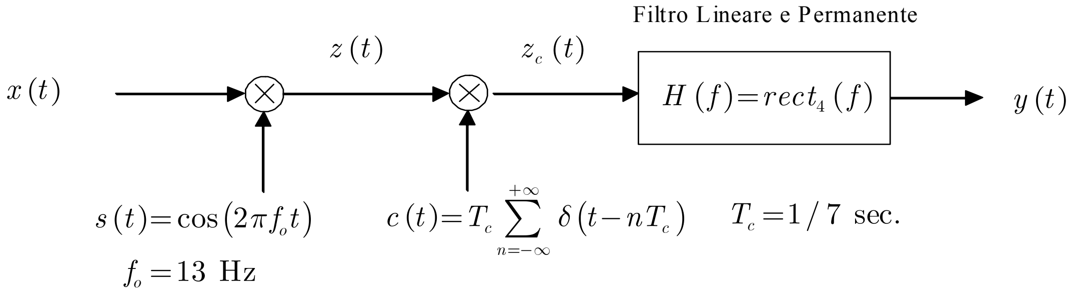
Si consideri una variabile aleatoria gaussiana X, avente valor medio m_X e varianza σ_X^2. Individuare la trasformazione $Y = g(X)$ tale che la variabile aleatoria Y sia gaussiana con valor medio m_Y e varianza σ_Y^2. Commentare il risultato ottenuto utilizzando argomentazioni di tipo teorico.

Esame di Teoria dei Segnali - Prova scritta del 30/06/05

Candidato... Matr. ....

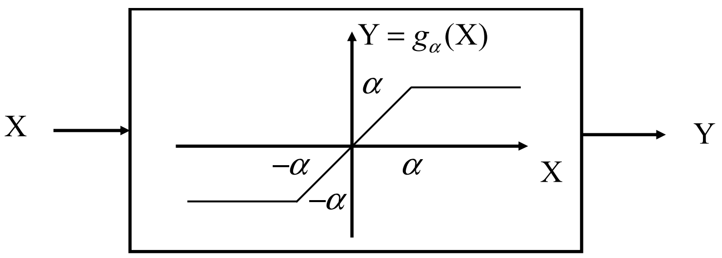
Esercizio 1

$x(t)=[1+16\,\mathrm{sinc}(4\pi t)-8\,\mathrm{sinc}^2(2\pi t)]$



1) Calcolare il valor medio del segnale in uscita $y(t)$.
2) Calcolare Energia e Potenza del segnale $y(t)$ nella banda di frequenze $\pm[1.5\ ,\ 2]$ Hz .

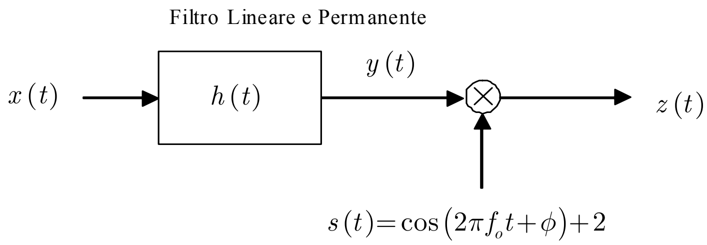
Esercizio 2



La variabile aleatoria X, caratterizzata da una densità di probabilità di Rayleigh $f_{\mathrm{X}}(x)=\dfrac{x}{\sigma^2}e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}u_{-1}(x)$, subisce la trasformazione non lineare $\mathrm{Y}=g_\alpha(\mathrm{X})$ disegnata in figura.

- Calcolare e graficare la funzione di densità di probabilità della variabile aleatoria Y.
- Calcolare il valor medio di Y. Graficare il risultato ottenuto al variare di $\alpha\in[0,+\infty[$

Esercizio 3



Sia $x(t)$ un processo Gaussiano con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau)=4+N_0\delta(\tau)$, indipendente dalla variabile aleatoria ϕ uniformemente distribuita in $[0,2\pi]$, e sia la funzione di trasferimento del filtro in figura pari a $H(f)=\sqrt{tri_B(f)}$,e $2B<f_o$.

1) Calcolare la densità di probabilità del processo $y(t)$.
2) Calcolare la probabilità che $z(t)>0$ se $s(t)>2$.
3) Calcolare e **Disegnare** lo Spettro di Densità di Potenza del processo $z(t)$.

Domanda 1

Esprimere qual è il legame tra ingresso ed uscita di un dispositivo lineare e permanente (LP), commentandone il significato. Inoltre

1) In base alla precedente risposta si chiarisca perché sistemi LP e CAUSALI, sono in generale dei sistemi con MEMORIA.
2) Si illustri e si giustifichi quali sono i segnali "autofunzioni" di un sistema LP, (cioè quei segnali che escono inalterati da un sistema LP a meno di un coefficiente moltiplicativo)

Domanda 2

Si consideri una variabile aleatoria Gaussiana X, avente valor medio m_{X} e varianza σ_{X}^2. Individuare la trasformazione $\mathrm{Y}=g(\mathrm{X})$ tale che la variabile aleatoria Y sia gaussiana con valor medio m_{Y} e varianza σ_{Y}^2. Commentare il risultato ottenuto con argomentazioni di tipo teorico.

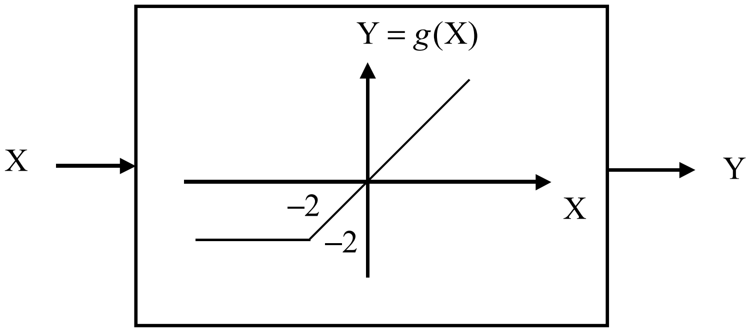
Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori

Prova scritta del 12/09/05

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

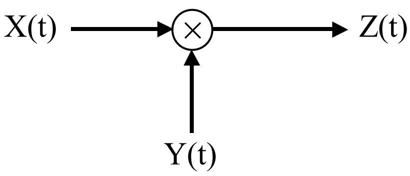
La variabile aleatoria X, avente densità di probabilità $f_{\mathrm{X}}(x) = A\delta(x-2) + \frac{1-A}{2}\mathrm{rect}_2(x+2)$, con $0 \le A \le 1$, subisce la trasformazione non lineare $\mathrm{Y} = g(\mathrm{X})$ disegnata in figura.



- Calcolare e graficare la densità di probabilità della variabile aleatoria Y in funzione di A.
- Calcolare il valor medio e la potenza di Y. Per quale valore di A il valor medio di Y è nullo?

Esercizio 2

Si consideri lo schema in figura, con $\mathrm{X(t)} = 3\cos(20\pi\mathrm{t} + \Phi)$ e $\mathrm{Y(t)} = 4\cos(30\pi\mathrm{t} + \Theta)$, dove Φ e Θ sono due variabili aleatorie indipendenti uniformemente distribuite in $[0,2\pi]$.



- Calcolare la funzione di autocorrelazione e discutere la stazionarietà del processo Z(t).
- Calcolare la funzione di correlazione incrociata tra i processi X(t) e Z(t).
- Calcolare la probabilità che $z(t) > 0$

Domanda

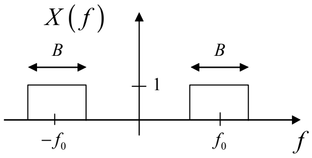
Si dica se è possibile che due variabili aleatorie siano: a) indipendenti e incorrelate; b) dipendenti e correlate; c) indipendenti e correlate; d) dipendenti e incorrelate. Giustificare la risposta con esempi motivati analiticamente.

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali

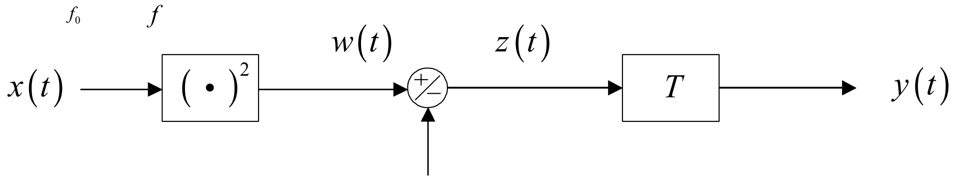
Prova scritta del 12/09/05

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1



$f_0 = 10 \qquad B = 2$

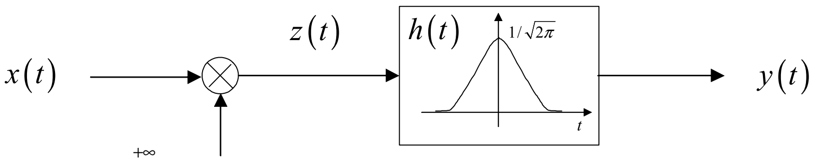


$s(t) = 2B^2\,\mathrm{sinc}^2(\pi B t)$

Dato lo schema in figura, calcolare le componenti analogiche di bassa frequenza del segnale $y(t)$ rispetto alla frequenza $2f_o$

Esercizio 2

Sia $x(t)$ un processo aleatorio stazionario con autocorrelazione $R_{xx}(\tau) = P_x tri_T(\tau)$ e gerarchia del primo ordine $f_X(x) = 0.5e^{-|x|}$, θ una variabile aleatoria indipendente da $x(t)$ ed uniformemente distribuita in $[0,T]$, ed $h(t) = e^{-t^2/2}/\sqrt{2\pi}$.



$c(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT - \theta)$

1. Calcolare il valore di P_x
2. Disegnare una possibile realizzazione del processo $y(t)$
3. Calcolare e disegnare lo spettro di densità di potenza del processo $y(t)$

Domanda

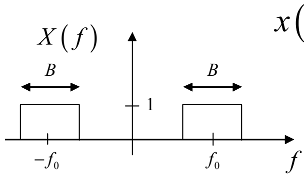
Si definisca la funzione di autocorrelazione per segnali determinati. Se ne enuncino le principali proprietà, commentandone il significato e l'utilità.

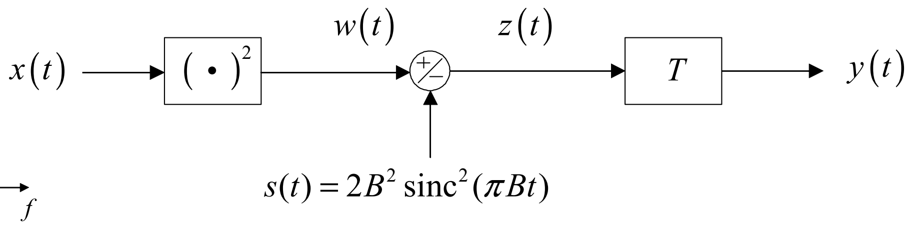
Esame di Teoria dei Segnali - Prova scritta del 12/09/05

Candidato... Matr. ....

Esercizio 1

$f_0 = 10 \quad B = 2$

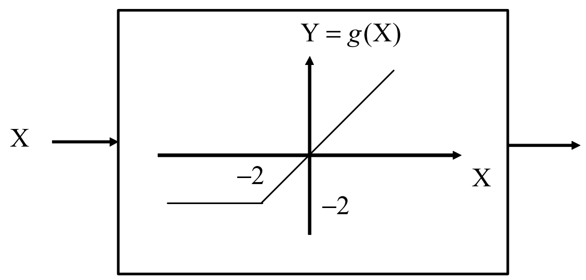




Dato lo schema in figura, calcolare le componenti analogiche di bassa frequenza del segnale $y(t)$ rispetto alla frequenza $2f_o$

Esercizio 2

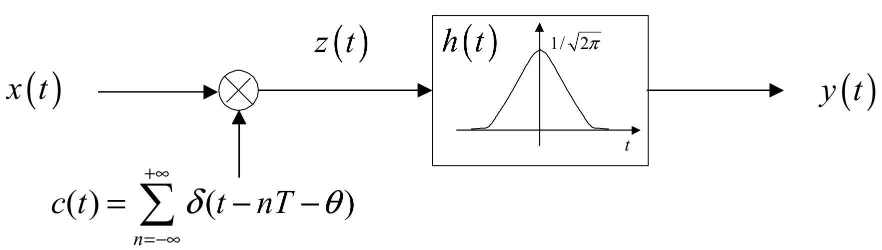
La variabile aleatoria X, avente densità di probabilità $f_X(x) = A\delta(x-2) + \frac{1-A}{2}\mathrm{rect}_2(x+2)$, con $0 \le A \le 1$, subisce la trasformazione non lineare $Y = g(X)$ disegnata in figura.



1. Calcolare e graficare la densità di probabilità della variabile aleatoria Y in funzione di *A*.
2. Calcolare il valor medio e la potenza di Y. Per quale valore di *A* il valor medio di Y è nullo?

Esercizio 3

Sia $x(t)$ un processo aleatorio stazionario con autocorrelazione $R_{xx}(\tau) = P_x tri_T(\tau)$ e gerarchia del primo ordine $f_X(x) = 0.5e^{-|x|}$ e θ una variabile aleatoria indipendente da $x(t)$ ed uniformemente distribuita in $[0, T]$, ed $h(t) = e^{-t^2/2}/\sqrt{2\pi}$.



1. Calcolare il valore di P_x
2. Disegnare una possibile realizzazione di $y(t)$
3. Calcolare e disegnare lo spettro di densità di potenza di $y(t)$

Domanda 1

Si definisca la funzione di autocorrelazione per segnali determinati. Se ne enuncino le principali proprietà, commentandone il significato e l'utilità.

Domanda 2

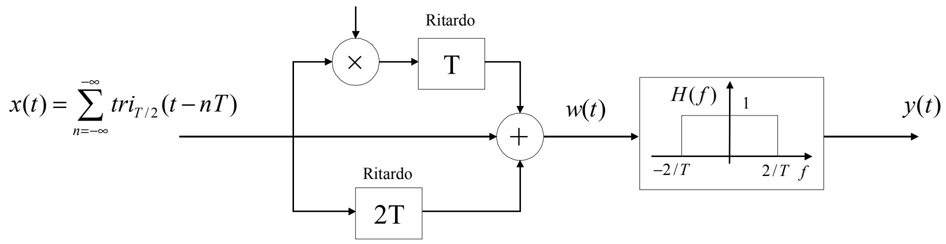
Si dica se è possibile che due variabili aleatorie siano: a) indipendenti e incorrelate; b) dipendenti e correlate; c) indipendenti e correlate; d) dipendenti e incorrelate. Giustificare la risposta con esempi motivati analiticamente.

Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali

Prova scritta del 26/09/05

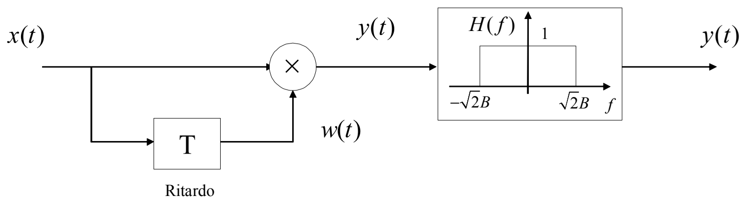
Candidato...   Matr. ....

Esercizio 1



Dato il sistema in figura, se ne determini la Funzione di Trasferimento e se ne rappresenti il Modulo. Si determini inoltre l'andamento temporale e l'Energia dell'uscita $y(t)$.

Esercizio 2



Sia $x(t)$ un processo aleatorio Gaussiano con spettro di densità di potenza $S_{xx}(f) = \frac{P_x}{\sqrt{2\pi}B} e^{-f^2/2B^2}$

a) Stabilire, motivandolo, se i processi $x(t)$ ed $y(t)$ sono indipendenti.
b) Calcolare la autocorrelazione del processo $y(t)$.
c) Calcolare valor medio e potenza del processo $z(t)$

Domanda

a) Si enunci il teorema del campionamento. b) Lo si dimostri per segnali di Energia.
c) Se ne commenti il significato
d) se accenni alle principali criticità di implementazione pratica.

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori

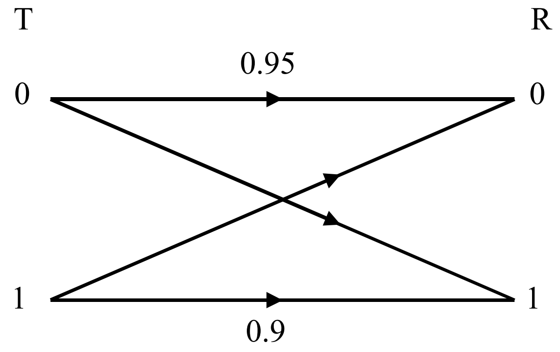
Prova scritta del 26/09/05

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

Esercizio 2

Un sistema di comunicazione trasmette una sequenza di bit $T \in \{0,1\}$ attraverso il canale rappresentato in figura. I bit trasmessi sono tra loro indipendenti, con $\Pr\{T=0\}=0.6$. Si assuma che 8 bit consecutivi formino una parola codificata.



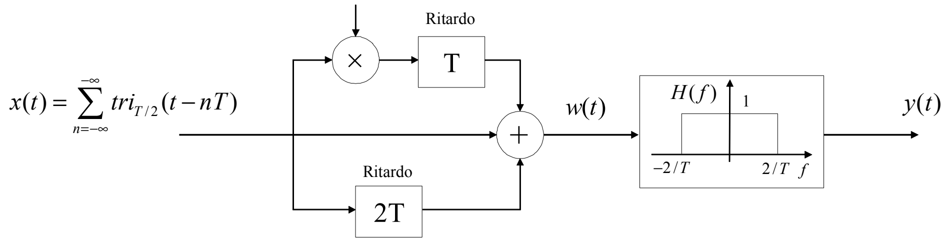
- Calcolare la probabilità di errata ricezione di un singolo bit.
- Calcolare la probabilità di errata ricezione di una parola codificata. (Il ricevitore non e' in grado di recuperare alcun errore di bit)
- Calcolare la probabilità di errata ricezione di una parola codificata, supponendo invece che il ricevitore sia in grado di recuperare al massimo 2 bit errati per ogni parola codificata.

Domanda 1

Esame di Teoria dei Segnali - Prova scritta del 26/09/05

Candidato... Matr. ....

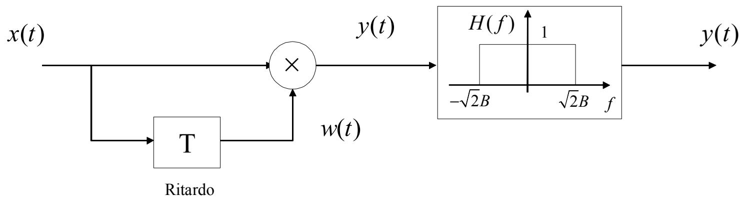
Esercizio 1



Dato il sistema in figura, se ne determini la Funzione di Trasferimento e se ne rappresenti il Modulo. Si determini inoltre l'andamento temporale e l'Energia dell'uscita $y(t)$.

Es ercizio 2

Es ercizio 3



Sia $x(t)$ un processo aleatorio Gaussiano con spettro di densità di potenza $S_{xx}(f) = \frac{P_x}{\sqrt{2\pi}B} e^{-f^2/2B^2}$

d) Stabilire, motivandolo, se i processi $x(t)$ ed $y(t)$ sono indipendenti.
e) Calcolare la autocorrelazione del processo $y(t)$.
f) Calcolare valor medio e potenza del processo $z(t)$

Domanda 1

b) Si enunci il teorema del campionamento. b) Lo si dimostri per segnali di Energia.
c) Se ne commenti il significato
d) se accenni alle principali criticità di implementazione pratica.

Domanda 2

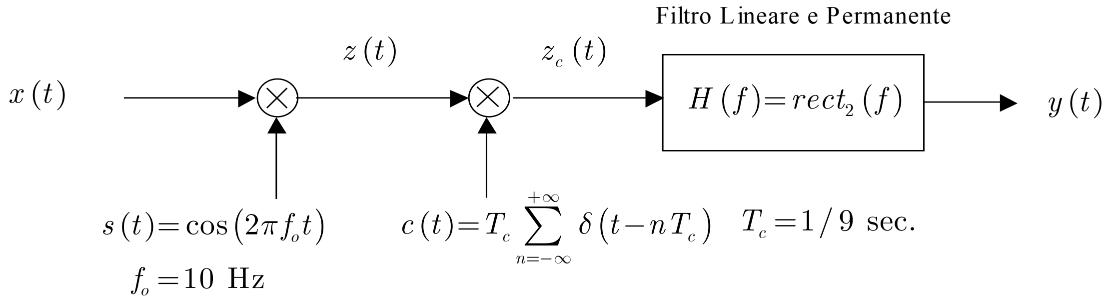
Esame di Elaborazione Analogica dei Segnali

Prova scritta del 15/12/05

Candidato.. Matr. ....

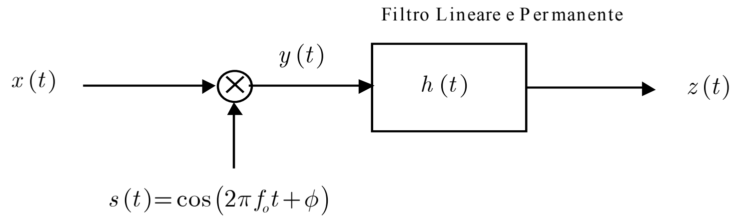
Esercizio 1

$x(t) = \mathrm{sinc}^2(2\pi t) + \cos(2\pi t)$



1) Calcolare l'espressione analitica dell'uscita $y(t)$.
2) Calcolare energia e potenza del segnale $y(t)$.

Esercizio 2



Sia $x(t)$ un processo gaussiano con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau) = 3 + \mathrm{sinc}(\pi\tau)$, indipendente dalla variabile aleatoria ϕ uniformemente distribuita in $[0, 2\pi]$, la risposta impulsiva del filtro in figura pari a $h(t) = e^{-t}u_{-1}(t)$, $f_o = 100$ Hz.

1) Dopo aver discusso la stazionarietà del processo aleatorio $z(t)$, calcolare il suo spettro di densità di potenza.
2) Calcolare valor medio e potenza del processo aleatorio $z(t)$.
3) Calcolare la funzione di autocorrelazione del processo aleatorio $z(t)$.

Domanda

Definire lo spettro di densità di potenza per segnali determinati. Caratterizzare l'espressione dello spettro di densità di potenza per segnali periodici, commentandone il significato e le proprietà.

Esame di Teoria dei Fenomeni Aleatori

Prova scritta del 15/12/05

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

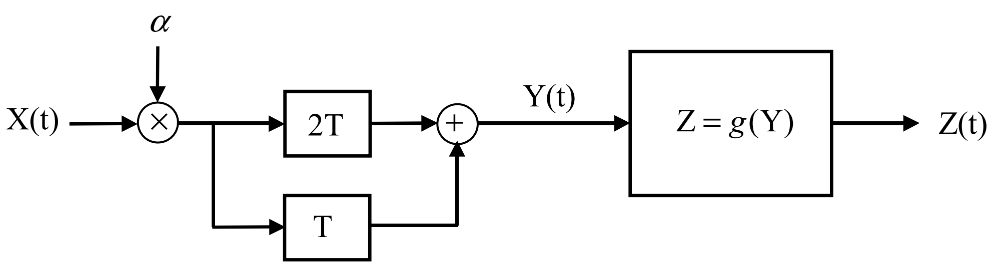
Date le variabili aleatorie X e Y, gaussiane, indipendenti, aventi valor medio nullo e varianza unitaria, stabilire se le seguenti coppie di variabili aleatorie (Z_n, W_n) sono indipendenti, incorrelate, e ortogonali.

$$Z_1 = X^2 \qquad Z_2 = X + Y \qquad Z_3 = 3X$$

$$W_1 = Y^2 \qquad W_2 = X - Y \qquad W_3 = X^3$$

Esercizio 2

Si consideri lo schema in figura, dove X(t) è un processo aleatorio gaussiano avente funzione di autocorrelazione $R_{XX}(\tau) = e^{-|\tau|}$, T = 1 sec., $\alpha = 1/2$ e $z = g(y) = \begin{cases} (y-2)^4 & y > 0 \\ 16 & y \le 0 \end{cases}$



- Stabilire se il sistema avente X(t) come ingresso e Z(t) come uscita è lineare e/o permanente.
- Calcolare valor medio e autocorrelazione del processo aleatorio Y(t). Graficare la funzione di autocorrelazione di Y(t). Il processo aleatorio Y(t) è stazionario?
- Discutere la stazionarietà del processo aleatorio Z(t). Calcolare e graficare la gerarchia del primo ordine di Z(t).

Domanda

Si fornisca la definizione di funzione di distribuzione e di funzione di densità di probabilità congiunta per coppie di variabili aleatorie. Si illustrino le relazioni tra densità di probabilità congiunta, densità di probabilità marginale, e densità di probabilità condizionata, commentandone adeguatamente il significato.

Esame CONGIUNTO EAS-TFA (2ª parte)

Prova scritta del 15/12/05

Candidato... Matr. ....

Esercizio

Date le variabili aleatorie X e Y, gaussiane, indipendenti, aventi valor medio nullo e varianza unitaria, stabilire se le seguenti coppie di variabili aleatorie (Z_n, W_n) sono indipendenti, incorrelate, e ortogonali.

$$Z_1 = X^2 \qquad Z_2 = X + Y \qquad Z_3 = 3X$$

$$W_1 = Y^2 \qquad W_2 = X - Y \qquad W_3 = X^3$$

Domanda

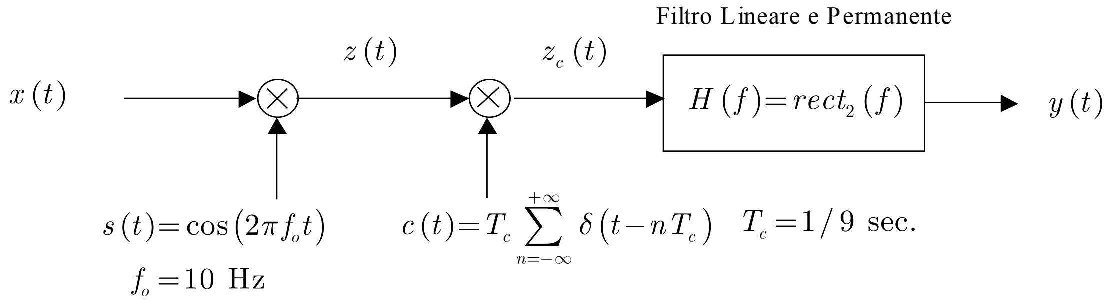
Si fornisca la definizione di funzione di distribuzione e di funzione di densità di probabilità congiunta per coppie di variabili aleatorie. Si illustrino le relazioni tra densità di probabilità congiunta, densità di probabilità marginale, e densità di probabilità condizionata, commentandone adeguatamente il significato.

Esame di Teoria dei Segnali - Prova scritta del 15/12/05

Candidato.. Matr. ....

Esercizio 1

$$x(t) = \text{sinc}^2(2\pi t) + \cos(2\pi t)$$



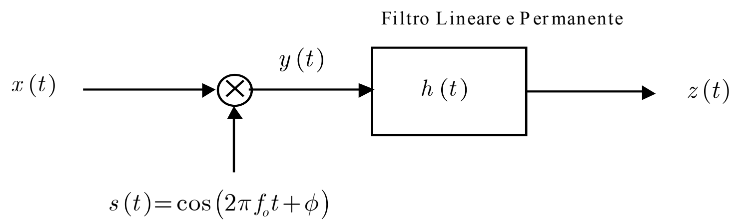
1) Calcolare l'espressione analitica dell'uscita $y(t)$.
2) Calcolare energia e potenza del segnale $y(t)$.

Esercizio 2

Date le variabili aleatorie X e Y, gaussiane, indipendenti, aventi valor medio nullo e varianza unitaria, stabilire se le seguenti coppie di variabili aleatorie (Z_n, W_n) sono indipendenti, incorrelate, e ortogonali.

$Z_1 = X^2$	$Z_2 = X + Y$	$Z_3 = 3X$
$W_1 = Y^2$	$W_2 = X - Y$	$W_3 = X^3$

Esercizio 3



Sia $x(t)$ un processo gaussiano con funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau) = 3 + \text{sinc}(\pi\tau)$, indipendente dalla variabile aleatoria ϕ uniformemente distribuita in $[0, 2\pi]$, la risposta impulsiva del filtro in figura pari a $h(t) = e^{-t}u_{-1}(t)$, $f_o = 100$ Hz.

1) Dopo aver discusso la stazionarietà del processo aleatorio $z(t)$, calcolare il suo spettro di densità di potenza.
2) Calcolare valor medio e potenza del processo aleatorio $z(t)$.
3) Calcolare la funzione di autocorrelazione del processo aleatorio $z(t)$.

Domanda 1

Definire lo spettro di densità di potenza per segnali determinati. Caratterizzare l'espressione dello spettro di densità di potenza per segnali periodici, commentandone il significato e le proprietà.

Domanda 2

Si fornisca la definizione di funzione di distribuzione e di funzione di densità di probabilità congiunta per coppie di variabili aleatorie. Si illustrino le relazioni tra densità di probabilità congiunta, densità di probabilità marginale, e densità di probabilità condizionata, commentandone adeguatamente il significato.